

ZÁKLADY MATEMATIKY PRO OBOR APLIKOVANÁ INFORMATIKA - ČERVEN 2007

1. Uvažujte funkci

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^2}.$$

- (1) Najděte její definiční obor. (1 bod)
- (2) Najděte jednostranné limity funkce $f(x)$ v krajních bodech definičního oboru, případně v $\pm\infty$. (3 body)
- (3) Vypočtete $f'(x)$. (1 bod)
- (4) Určete intervaly monotonie funkce f . (2 body)
- (5) Najděte její globální extrémy. (1 bod)
- (6) Najděte její lokální extrémy. (1 bod)
- (7) Načrtněte její graf. (1 bod)

2. Zjistěte, pro které parametry $a \in \mathbb{R}$ je množina řešení soustavy rovnic

$$x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$$

o neznámých $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ neprázdná. Pro tyto parametry soustavu vyřešte.

Bodování: Úprava matice do schodovitého tvaru 4b, podmínka řešitelnosti 2b, výpočet všech neznámých 4b.

3. Anička má oblíbené číslo 6, oblíbená čísla Bédi jsou 4 a 5 a Cyril 1, 2 a 3. Střídavě v pořadí Anička, Běda, Cyril, Anička, Běda, Cyril atd. každý z nich hází jedenkrát hrací kostkou. Hra končí v okamžiku, kdy někomu z nich padne jeho oblíbené číslo. Ten, komu oblíbené číslo padlo, vyhrává. Řekneme, že hra končí v n -tém kole, jestliže některý hráč vyhrál svým n -tým hodem.

- (1) Jaká je pravděpodobnost, že Cyril vyhraje v 1. kole? (2 body)
- (2) Jaká je pravděpodobnost, že Anička vyhraje v 2. kole? (2 body)
- (3) Jaká je pravděpodobnost, že Běda vyhraje v 1. nebo v 2. kole? (3 body)
- (4) Jaká je pravděpodobnost, že hra bude mít více než 5 kol? (3 body)

Řešení jednotlivých úkolů stručně, ale jasně zdůvodněte. Výsledky stačí zapisovat s použitím základních početních operací, které nemusíte vyčíslit.