

**ZÁKLADY MATEMATIKY PRO OBOR INFORMATIKA
- ČERVEN 2006**

1. Uvažujte funkci

$$f(x) = (5 - |x - 3|) e^x.$$

($|a|$ značí absolutní hodnotu.)

- (1) Najděte množinu $M = \{x \in \mathbb{R}; f(x) \geq 0\}$.
- (2) Najděte bod, v němž f nabývá svého globálního maxima, a bod, v němž nabývá svého globálního minima.
- (3) Vypočtěte určitý integrál funkce f přes množinu M .

2. Ve vektorovém prostoru $\mathbb{R}_4[x]$ polynomů stupně nejvýše 4 s reálnými koeficienty najděte bázi vektorového podprostoru

$$U = \{p \in \mathbb{R}_4[x]; p(i) = 0, p''(-1) = 0\},$$

kde $i \in \mathbb{C}$ je imaginární jednotka a $p''(-1)$ je druhá derivace polynomu p v bodě -1 .

3. Čtvercovou tabulku s 5 řádky a 5 sloupci vyplníme přirozenými čísly $1, 2, 3, \dots, 24, 25$ tak, že v každém políčku je jiné číslo. Sousedními políčky budeme nazývat ta políčka, která mají společnou stranu. Vypočtěte (samotný výsledek nestačí):

- (1) Kolik je možných vyplnění tabulky, v nichž lichá čísla sousedí pouze se sudými čísly?
- (2) Kolik je takových vyplnění tabulky, v nichž čísla 4 a 5 nejsou v sousedních políčkách?
- (3) Kolik je takových vyplnění tabulky, v nichž jsou násobky 3 pouze v políčkách nad hlavní diagonálou a násobky 4 pouze v políčkách nad vedlejší diagonálou.

Výsledky zapisujte pomocí kombinačních čísel, faktoriálů, mocnin a početních operací.