

**ZÁKLADY MATEMATIKY PRO OBOR INFORMATIKA
- ČERVEN 2007**

1. Uvažujte funkci

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi x^2}{1+x^2}\right).$$

- (1) Najděte její definiční obor. (1 bod)
- (2) Najděte jednostranné limity funkce $f(x)$ v krajních bodech definičního oboru, případně v $\pm\infty$. (1 bod)
- (3) Vypočtěte $f'(x)$. (2 body)
- (4) Zjistěte, v kterých intervalech je derivace kladná a v kterých záporná. Určete intervaly monotonie funkce f . (2 body)
- (5) Bez počítání 2. derivace najděte její lokální a globální extrémy. (2 body)
- (6) Načrtněte graf funkce f . (2 body)

2. Lineární zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je určeno pomocí násobení s maticí A tvaru 3×3 předpisem

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3) \cdot A.$$

Najděte matici A , víte-li, že

$$\varphi(2, 1, 1) = (-1, 0, 0), \quad \varphi(1, 1, 1) = (0, 4, 0), \quad \varphi(1, 0, 2) = (0, 0, 2).$$

Bodování: Sestavení soustavy rovnic nebo maticové rovnice nebo jiná správná idea, jak úlohu řešit, 4 body. Výpočet inverzní matice, správné úpravy matice soustavy 3 body. Správný výsledek 3 body.

3. Sedmiciferné číslo je číslo zapsané pomocí cifer $0, 1, 2, \dots, 8, 9$ ve tvaru

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7, \quad \text{kde } a_1 \neq 0.$$

- (1) Určete počet sedmiciferných čísel, která ve svém zápisu mají cifru 7 právě jednou. (2 body)
- (2) Určete počet sedmiciferných čísel, která ve svém zápisu mají nějakou sudou cifru. (2 body)
- (3) Určete počet sedmiciferných čísel, která ve svém zápisu mají cifru 7 právě třikrát. (3 body)
- (4) Určete počet sedmiciferných čísel, která ve svém zápisu mají každou z cifer 7 a 8 právě dvakrát. (3 body)

Výsledky stačí zapisovat s použitím základních početních operací, které nemusíte vyčíslit.