



MASARYKOVA UNIVERZITA

**PŘÍRODOVĚDECKÁ
FAKULTA**



Sbírka příkladů do cvičení

M2100

Matematická analýza II

Obsah

1	Separovatelné diferenciální rovnice	1
Výsledky		i
1	Separovatelné diferenciální rovnice	i

1. Separovatelné diferenciální rovnice

Příklad 1.1. Řešte rovnice typu $y' = f(x)g(y)$.

1. $y' = -\frac{x}{y}$

2. $y' = xy$

3. $xyy' = 1 - x^2$

4. $y + xy + y'(y + xy) = 0$

5. $2(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 0$

6. $y' \sin x = y \ln y, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$

7. $y' - xy^2 = 2xy$

8. $x^2y' - \cos 2y = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \frac{\pi}{4}$

Příklad 1.2. Řešte rovnice typu $y' = f(ax + by + c)$.

1. $y' = (x + y + 2)^2$

2. $y' + y = 2x + 3$

Příklad 1.3. Řešte rovnice typu $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

1. $x + 2y - xy' = 0$

2. $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$

3. $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$

Příklad 1.4. Řešte rovnice typu $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{Ax + By + C}\right)$.

1. $y' = \frac{x + y + 1}{2x + 2y - 1}$

2. $y' = \frac{2x - y + 3}{x - 2y - 3}$

Výsledky

1 Separovatelné diferenciální rovnice

Výsledky 1.1.

$$1. y = \pm \sqrt{c - x^2}$$

$$3. y = \pm \sqrt{\ln x^2 - x^2 + c}$$

$$5. y = \sqrt{\frac{1 + e^x}{2}}$$

$$7. \frac{y}{y-2} = ce^{x^2}, \text{ resp. } y = \frac{2ce^{x^2}}{1 - ce^{x^2}}$$

$$2. y = ce^{\frac{x^2}{2}}$$

$$4. y - \ln|y+1| = -x + \ln|x+1| + c$$

$$6. y = e^{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$$

$$8. y = \operatorname{arctg}\left(1 - \frac{2}{x}\right)$$

Výsledky 1.2.

$$1. y = -x - 2 + \operatorname{tg}(x+c)$$

$$2. y = 2x + 1 + ce^{-x}$$

Výsledky 1.3.

$$1. y = cx^2 - x$$

$$2. y = x \operatorname{arcsin}(cx)$$

$$3. (x-c)^2 - y^2 = c^2$$

Výsledky 1.4.

$$1. \ln|x+y| = 2y - x + c$$

$$2. x^2 - xy + y^2 + 3x - 3y = c$$