

Domácí úkol na 18.10.2005

1. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 . Je statistika

$$T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

konzistentním odhadem parametru σ^2 ?

2. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z rovnoměrného rozdělení na intervalu $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, kde θ je neznámý parametr. Je statistika

$$T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

konzistentním odhadem parametru θ ?

3. Nechť X_1, \dots, X_n jsou nezávislé náhodné veličiny. Předpokládejme, že pro každé $i = 1, 2, \dots, n$ má X_i Poissonovo rozdělení s parametrem $c_i \lambda$, kde c_i je známé kladné číslo a $\lambda > 0$ není známo. Najděte konzistentní odhad parametru λ .
4. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z Cauchyova rozdělení s hustotou

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\pi(1 + (x - \theta)^2)},$$

kde θ je neznámý parametr. Je statistika

$$T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

konzistentním odhadem parametru θ ?

5. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 . Za jakých předpokladů je statistika

$$T_n = \sum_{i=1}^n a_i X_i$$

nestranným odhadem parametru μ ? Pro jaké konstanty a_1, \dots, a_n má T_n nejmenší rozptyl?