

Domácí úkol na 8.11.2005

1. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z alternativního rozdělení $A(p)$. Odvoďte vztah pro oboustranný $(1 - \alpha)$ % interval spolehlivosti pro parametr p . (**Návod:** použijte se zde centrální limitní věta, $S^2 = \overline{X}(1 - \overline{X})$, $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.)
2. Mezi 160 pracovníky (náhodně vybranými z 8 000 pracujících v závodě) 48 cestuje do práce vlakem. Napište bodový odhad a 95 % interval spolehlivosti pro podíl a počet zaměstnanců dopravujících se vlakem.
3. Při 100 nezávislých pokusech byl dvanáctkrát zaznamenán úspěch. Najděte 95 % interval spolehlivosti pro pravděpodobnost úspěchu.
4. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z rovnoměrného rozdělení $Rs(0, \theta)$. Odvoďte vztah pro oboustranný $(1 - \alpha)$ % interval spolehlivosti pro parametr θ . (**Návod:** jeho meze hledejte ve tvaru $g(\max X_i)$, kde g je rostoucí funkce. Vyjděte ze vztahu $1 - \alpha = P(D < \max X_i < H)$ a odhadněte meze D, H . Z nich pak již lze odvodit interval spolehlivosti pro θ .)
5. Autobus jezdí pravidelně v intervalech délky θ , kterou neznáme. Při náhodných příchodech na zastávku byly zjištěny doby čekání 7, 10, 9, 6, 3, 4, 7, 2, 2, 8 minut. Najděte 95 % interval spolehlivosti pro parametr θ .
6. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z exponenciálního rozdělení $E(\lambda)$. Odvoďte vztah pro oboustranný $(1 - \alpha)$ % interval spolehlivosti pro parametr λ . (**Návod:** uvažujte pivotovou náhodnou veličinu $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, o níž víme, že $2n\overline{X}\lambda \sim \chi^2(2n)$.)
7. Doba čekání na meziměstské spojení se podle zkušeností řídí exponenciálním rozdělením $E(\lambda)$. Bylo provedeno 10 měření doby čekání v minutách s těmito výsledky:

16, 0, 2, 0, 0, 5, 1, 0, 2, 4.

Nalezněte mez, o které lze s pravděpodobností 0,95 tvrdit, že ji střední hodnota doby čekání nepřekračuje.

8. Při kontrole ze 100 vozidel 24 překročilo rychlost 60 km/h, průměrná rychlost byla 65 km/h, směrodatná odchylka 7 km/h. Sestrojte 95 % interval spolehlivosti pro průměrnou rychlost vozidel a pro podíl vozidel překračujících rychlost.
9. Odhadujeme výši úspor novomanželů. Žádáme spolehlivost 95 % a maximální chybu 200 Kč. Směrodatná odchylka byla předběžně odhadnuta na 2 500 Kč. Kolika párů se musíme zepat?