Veta. *Vlastnosti Bézierových křivkových segmentů*
Omezené kolísání:žádná nadrovina neprotíná Bézierův křivkový segment častěji než odpovídající Bézierův polygonalní tah (variation diminishing property).

Věta o zvýšení stupně BKS dává návod, jak zvýšit počet kontrolních bodů o 1 a BKS se přitom nezmění.

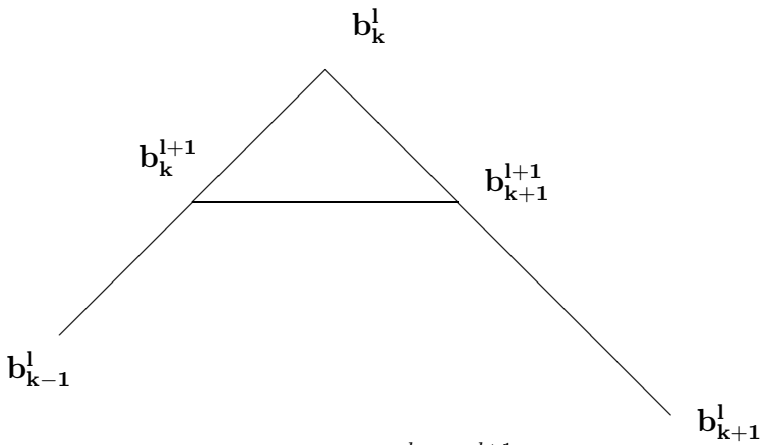
Dokážeme, že zvýšením stupně BKS a tím zvýšením počtu kontrolních bodů se nezvýší počet průsečíků s nadrovinou a polygonalním tahem.
Při nekonečném opakovaní zvyšování stupně dle Věty budou sestrojované polygonalní tahy konvergovat k BKS(to vyplývá z aproximace křivky a z vlastnosti kontrolních bodů, které vytvářejí konvexni obal).
Máme tedy dáno $(n+1)$ kontrolních bodů $\mathbf{b_0^0} = \mathbf{b_0}, \ldots, \mathbf{b_n^0} = \mathbf{b_n}$.S použitím Věty o zvýšení stupně BKS získáme $\mathbf{b_k^l}$, kde l=$(1, 2, \ldots, \infty)$ a k=$(0, 1, \ldots,$-$n + l + 1)$.
Označme P^l polygon v l-tém kroce, tzn.polygon složený z úseček mezi body $\mathbf{b_0^l}, \mathbf{b_1^l}, \ldots, \mathbf{b_{n+l+1}^l}$.
Označme \$ počet včech průsečíků nadroviny s polygonem a Θ nadrovinu. Přeformulujme tedy větu do tvaru:

$$\$(\Theta \cap P^0) \geq \$(\Theta \cap P^1) \geq \cdots \geq \$(\Theta \cap P^l) \rightarrow \$(\Theta \cap BKS)$$

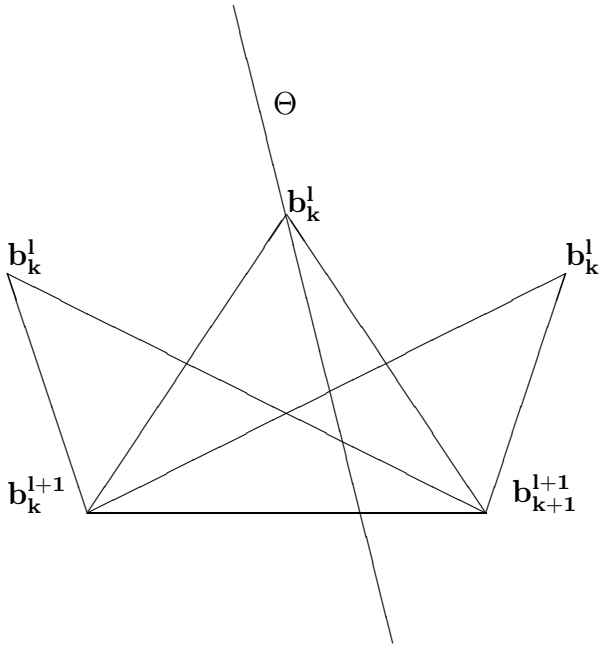
Stačí nám dokázat, že

$$\$(\Theta \cap P^l) \geq \$(\Theta \cap P^{l+1})$$

Lemma 1. *Počet průsečíků nadroviny Θ s polygonem v l-tém kroce $\geq$ počet průsečíků Θ s polygonem v $(l+1)$-tém kroce.*



Přechod od P^l k P^{l+1}



Diskuse průniku

Důkaz. Provedeme obměněnou implikaci:Protne-li Θ úsečku s krajními body $\mathbf{b_k^{l+1}}, \mathbf{b_{k+1}^{l+1}}$polygonu v $(l+1)$-kroce, pak Θ protne alespoň jednu z úseček a) s krajními body $\mathbf{b_{k-1}^l}, \mathbf{b_k^l}$ nebo b) s krajními body $\mathbf{b_k^l}, \mathbf{b_{k+1}^l}$ v l-tém kroce. Body $\mathbf{b_k^{l+1}}$a $\mathbf{b_{k+1}^{l+1}}$ musí ležet v opačných poloprostorech určených nadrovinou Θ (aby Θ protínala úsečku mezi těmito body). V předchozím, tj. l-tém, kroce musely tyto 2 body být spojeny lomenou čárou. Alespoň jednu z těchto čar musela tedy Θ protnout. □

V obrázcích je použit průmět prostoru do roviny pro lepší názornost (průmět nadroviny do roviny je přímka) a díky afinním transformacím se vlastnosti zachovavají (např. BKS se zobrazí do BKS,...)