

Eukleidés, pravítko a kružítko



asi 325-260 př. n. l.

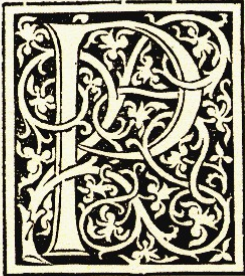
ΑΝ ΕΥΘΕΙΑΣ  
 ΤΗΘΗΕΙΟΙΣΚΑΚΑ  
 ΤΟΤΟΥΠΟΤΕΝΑ  
 ΤΗΤΗΕΟΙΣΚΑΚΑ  
 ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ ΕΣΤΙ  
 ΤΩΝΤΟΥΠΟΤΕΝΑ  
 ΕΣΤΙ ΤΟΤΗΕΟΙΣ  
 ΔΕΤΕΤΡΑΓΩΝΟΝ

29.

ΑΝΤΕΡΙΑΣ ΕΝΟΝ  
 ΤΟΤΗΕΟΙΣ  
 ΕΣΤΙ ΤΟΤΗΕΟΙΣ  
 ΕΣΤΙ ΤΟΤΗΕΟΙΣ

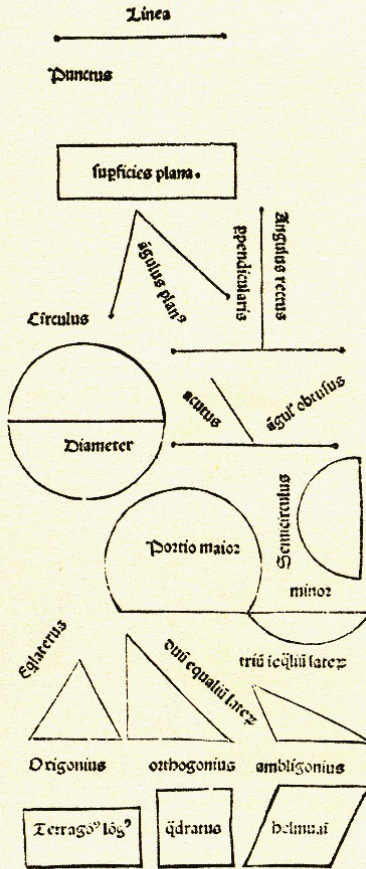


**Præclarissimus liber elementorum Euclidis perspi-  
caciissimi: in artem Geometrie incipit quâsoelicissime:**



**P**unctus est cuius pars non est. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates si duo puncta. **L**inea recta est ab uno puncto ad aliud brevissima extensio in extremitates suas utriusque eorum recipiens. **S**uperficies est quae longitudine et latitudine terminatur huiusmodi termini quidem sunt lineae. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens. **A**ngulus planus est duarum linearum alterius tractus: quare expansio est super superficie applicatioque non directa. **Q**uando autem angulum contingit duae lineae recte rectilineae angulus notatur. **A**ngulus rectus si duoque anguli utrobique fuerint aequales: eorum uterque rectus erit. **L**ineaque lineae superstitas ei cui superstat perpendicularis vocatur. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. **T**erminus est quod uniuscuiusque finis est. **F**igura est quae terminis continetur. **C**irculus est figura plana una quaedam linea pertracta: quae circumferentia notatur: in cuius medio punctus est: a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. **E**t hic quidem punctus centrum circuli dicitur. **D**iameter circuli est linea recta quae super eum transit per extremitatesque suas circumferentiae applicans circulum in duo media dividit. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae pertracta. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae pertracta: semicirculo quidem aut maior aut minor. **R**ectilineae figurae sunt quae rectis lineis continentur quarum quedam trilaterae quae tribus rectis lineis: quedam quadrilaterae quae quatuor rectis lineis. quaedam multilaterae quae pluribus quatuor rectis lineis continentur. **F**igurarum trilaterarum alia est triangulus huiusmodi tria latera aequalia. **A**lia triangulus duo huiusmodi aequalia latera. **A**lia triangulus trium inaequalium laterum. **H**uiusmodi iterum alia est orthogonum: unum scilicet rectum angulum habens. **A**lia est amblygonium aliquem obtusum angulum habens. **A**lia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. **F**igurarum autem quadrilaterarum alia est quadratum quod est equilaterum atque rectangulum. **A**lia est tetragonum longum: quae est figura rectangula: sed equilatera non est. **A**lia est belnuayim: quae est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs per se notis: et primo de definitionibus eorundem.



Erhard Ratdolt, 1482

# EUCLID'S ELEMENTS OF GEOMETRY

The Greek text of J.L. Heiberg (1883–1885)

from *Euclidis Elementa, edidit et Latine interpretatus est I.L. Heiberg, in aedibus  
B.G. Teubneri, 1883–1885*

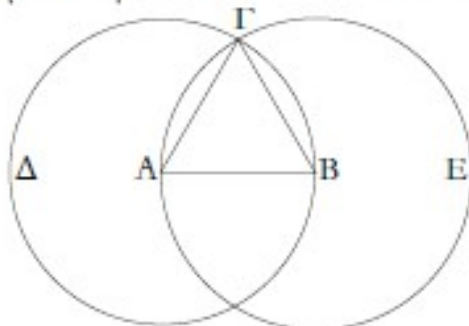
edited, and provided with a modern English translation, by

*Richard Fitzpatrick*

an inequality of the same type.

α'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τριγώνων ἰσοπλευρὸν συστήσασθαι.



Ἐστω ἡ δοθείσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ  $AB$ .

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς  $AB$  εὐθείας τριγώνων ἰσοπλευρὸν συστήσασθαι.

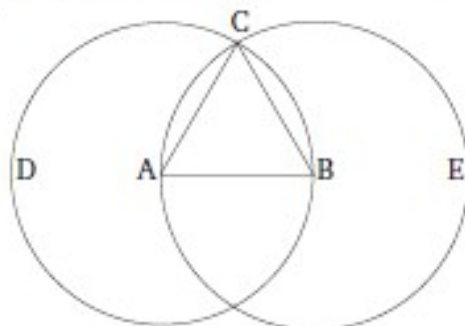
Κέντρον μὲν τῷ  $A$  διαστήματι δὲ τῷ  $AB$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $BΓΔ$ , καὶ πάλιν κέντρον μὲν τῷ  $B$  διαστήματι δὲ τῷ  $BA$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $ΑΓΕ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $Γ$  σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ  $A, B$  σημεία ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ  $ΓΑ, ΓΒ$ .

Καὶ ἐπεὶ τὸ  $A$  σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ  $ΓΔΒ$  κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΑΒ$ : πάλιν, ἐπεὶ τὸ  $B$  σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ  $ΓΑΕ$  κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ  $ΒΓ$  τῇ  $ΒΑ$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ  $ΓΑ$  τῇ  $ΑΒ$  ἴση: ἑκατέρω ἄρα τῶν  $ΓΑ, ΓΒ$  τῇ  $ΑΒ$  ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῶν αὐτῶν ἴσα καὶ ἀλλήλους ἐστὶν ἴσα: καὶ ἡ  $ΓΑ$  ἄρα τῇ  $ΓΒ$  ἐστὶν ἴση: αἱ τρεῖς ἄρα αἱ  $ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ$  ἴσαι ἀλλήλους εἰσὶν.

Ἰσοπλευρὸν ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς  $ΑΒ$ . ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

### Proposition 1

To construct an equilateral triangle on a given finite straight-line.



Let  $AB$  be the given finite straight-line.

So it is required to construct an equilateral triangle on the straight-line  $AB$ .

Let the circle  $BCD$  with center  $A$  and radius  $AB$  have been drawn [Post. 3], and again let the circle  $ACE$  with center  $B$  and radius  $BA$  have been drawn [Post. 3]. And let the straight-lines  $CA$  and  $CB$  have been joined from the point  $C$ , where the circles cut one another,<sup>†</sup> to the points  $A$  and  $B$  (respectively) [Post. 1].

And since the point  $A$  is the center of the circle  $CDB$ ,  $AC$  is equal to  $AB$  [Def. 1.15]. Again, since the point  $B$  is the center of the circle  $CAE$ ,  $BC$  is equal to  $BA$  [Def. 1.15]. But  $CA$  was also shown (to be) equal to  $AB$ . Thus,  $CA$  and  $CB$  are each equal to  $AB$ . But things equal to the same thing are also equal to one another [C.N. 1]. Thus,  $CA$  is also equal to  $CB$ . Thus, the three (straight-lines)  $CA, AB$ , and  $BC$  are equal to one another.

Thus, the triangle  $ABC$  is equilateral, and has been constructed on the given finite straight-line  $AB$ . (Which is) the very thing it was required to do.

<sup>†</sup> The assumption that the circles do indeed cut one another should be counted as an additional postulate. There is also an implicit assumption that two straight-lines cannot share a common segment.

THE THIRTEEN BOOKS  
OF  
EUCLID'S ELEMENTS

TRANSLATED FROM THE TEXT OF HEIBERG

WITH INTRODUCTION AND COMMENTARY

BY

T. L. HEATH, C.B., Sc.D.,

SOMETIME FELLOW OF TRINITY COLLEGE, CAMBRIDGE

VOLUME I

INTRODUCTION AND BOOKS I, II

STAMPED

CAMBRIDGE :  
at the University Press

1908  
AK

EUKLEIDOVY  
Z Á K L A D Y

(ELEMENTA).

PŘELOŽIL

FRANTIŠEK SERVÍT,

professor českého gymnasia vinohradského.

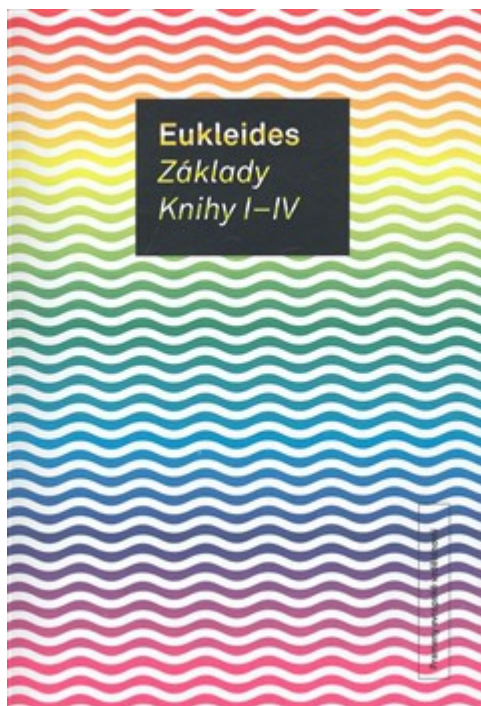


*Q. 132*

V PRAZE 1907.

Nákladem Jednoty českých matematiků. — Tiskem Alberta Malíře  
na Král. Vinohradech.





**Eukleides**  
Základy  
Knihy I-IV

RIGORÓZNÍ PRÁCE  
HISTORIE PRAVIDELNÝCH  
MNOHOSTĚNŮ

VERONIKA ŠVOBODOVÁ



BRNO  
2006

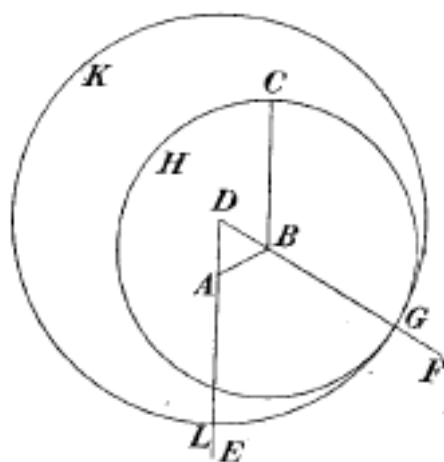
Z daného bodu zříd přímku rovnou přímce dané.

Daným bodem buď  $A$ , danou přímkou  $BC$ ; má se tedy z bodu  $A$  zříditi přímka dané přímce  $BC$  rovná.

Nuže vedme z bodu  $A$  do bodu  $B$  spojnicí  $AB$  a sestavme na ní trojúhelník rovnostranný  $DAB$  (I. 1.) a prodlužme rovně přímky  $DA$ ,  $DB$  v přímky  $AE$ ,  $BF$  a ze středu  $B$  poloměrem  $BC$  narýsujme kruh  $CGH$  a též ze středu  $D$  poloměrem  $DG$  narýsujme kruh  $GKL$ .

Ježto tedy bod  $B$  je středem kruhu  $CGH$ ,  $BC = BG$ . Ježto dále bod  $D$  je středem kruhu  $GKL$ ,  $DL = DG$ , z čehož  $DA = DB$ . Zbytek tedy  $AL = BG$ . Bylo pak dokázáno, že též  $BC = BG$ . Veličiny však témuž rovné i navzájem rovný jsou; tedy  $AL = BC$ .

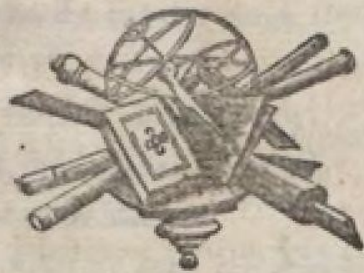
Tedy z daného bodu  $A$  vedena jest přímka  $AL$  rovná dané přímce  $BC$ , což bylo vykonati.





Lorenzo Mascheroni  
1750-1801

LA GEOMETRIA  
DEL  
COMPASSO  
DI  
LORENZO MASCHERONI.



P A V I A anno V della Repubblica Francese.

---

*Presso gli Eredi di Pietro Galeazzi  
( 1797 ).*

L. Mascheroni's  
**Gebrauch des Zirkels**

aus dem  
Italiänischen ins Französische übersezt  
durch  
Herrn A. M. Carette.

---

Ins Deutsche übersezt, vermehrt mit der  
**Theorie**  
vom  
**Gebrauch des Proportionalzirkels**

und  
mit einer Sammlung zur Übung von mehr denn  
400 rein geometrischen Sätzen

von  
**J. P. Gruson.**

---

(Mit 18 Kupfertafeln.)

---

**Berlin,**  
in der Schlesingerschen Buch- und Musikhandlung.

1825.

Sammlung Schubert LII

Theorie  
der  
metrischen Konstruktionen  
von  
Prof. August Adler

G. J. Göschensche Verlagshandlung, Leipzig

## Co musíme umět?

1. Narýsovat přímku, která je určena dvěma body
2. Sestrojit kružnici s daným středem a poloměrem
3. Najít průsečíky dvou kružnic
4. Najít průsečíky přímky a kružnice
5. Najít průsečík dvou přímek



## Co stačí umět samotným kružítkem?

Sestrojit obraz bodu v osově souměrnosti.

Prodloužit úsečku na dvojnásobek, trojnásobek, ...

K úsečkám  $a$ ,  $b$ , a  $c$  najít úsečku  $x$ , pro kterou platí  $a:b = c:x$ .

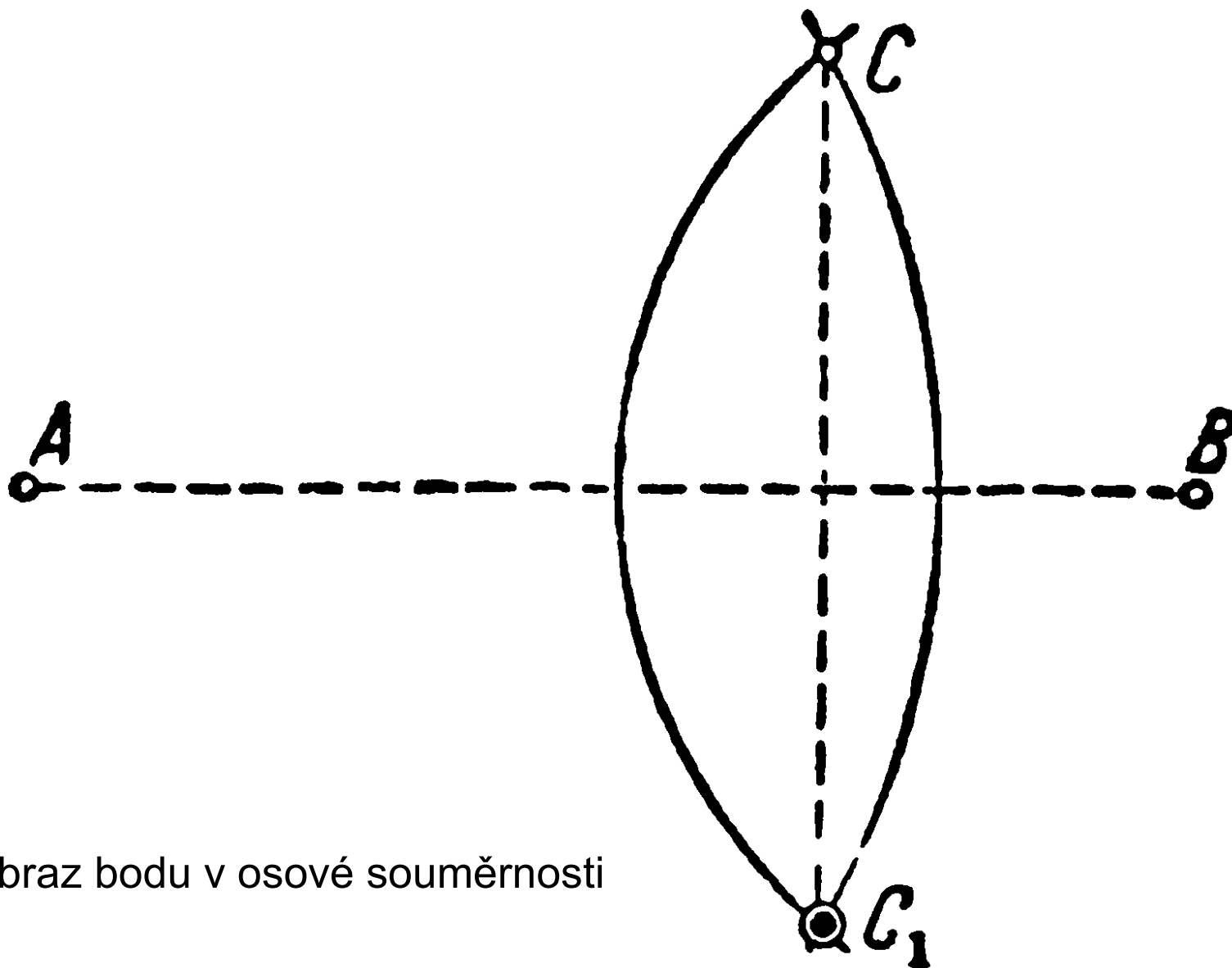
Najít střed daného oblouku.

Na přímce  $AB$  sestrojit další body.

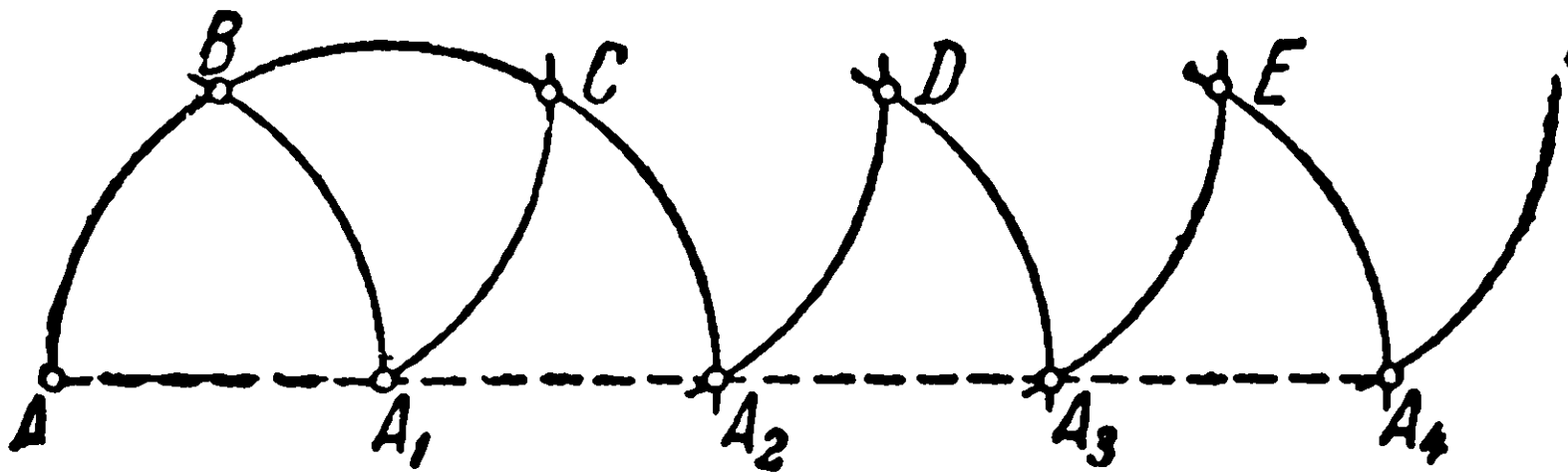
Najít průsečíky přímky a kružnice.

Najít průsečík dvou přímek.

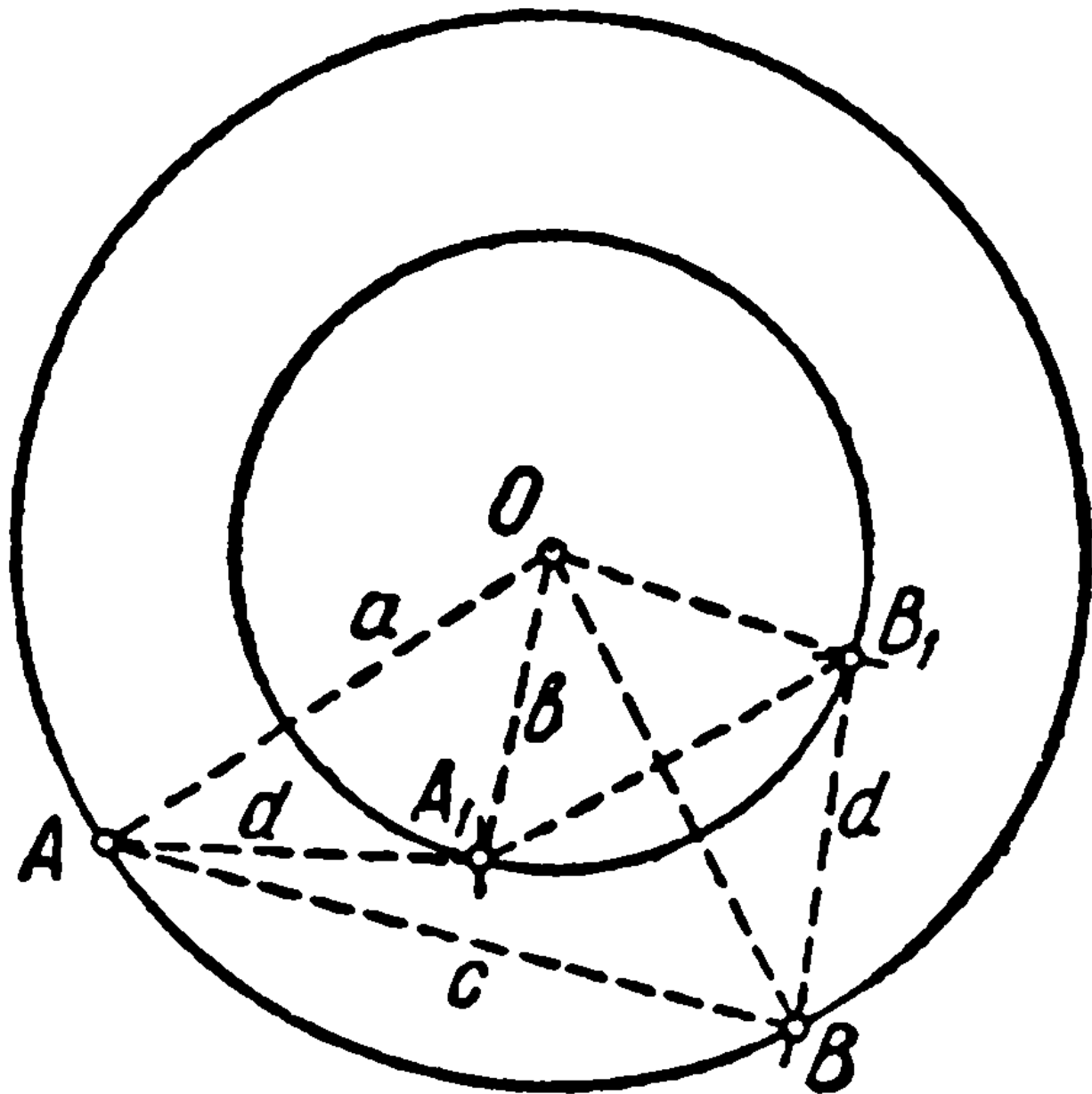
Najít průsečíky dvou kružnic.



Obraz bodu v osové souměrnosti

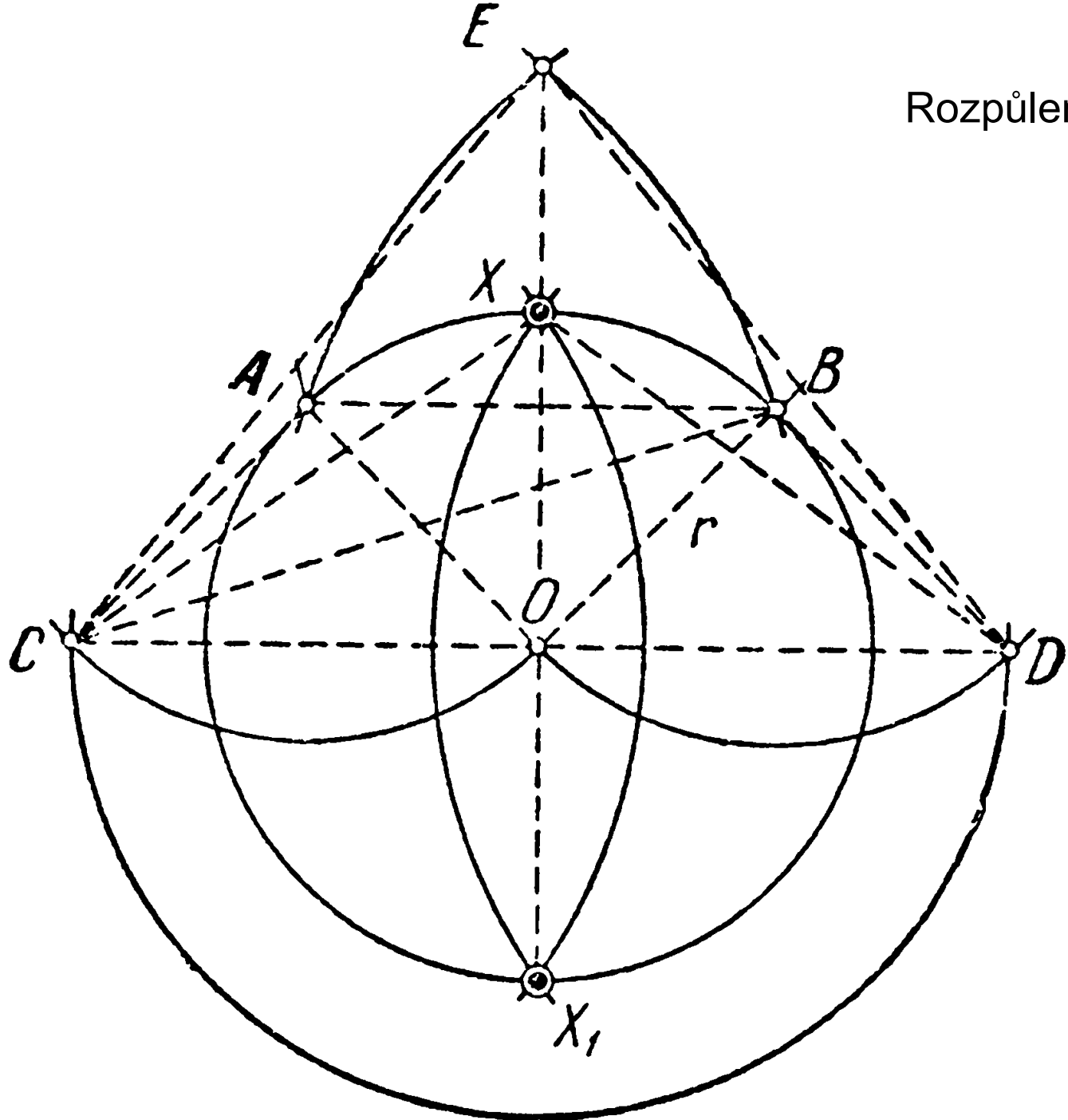


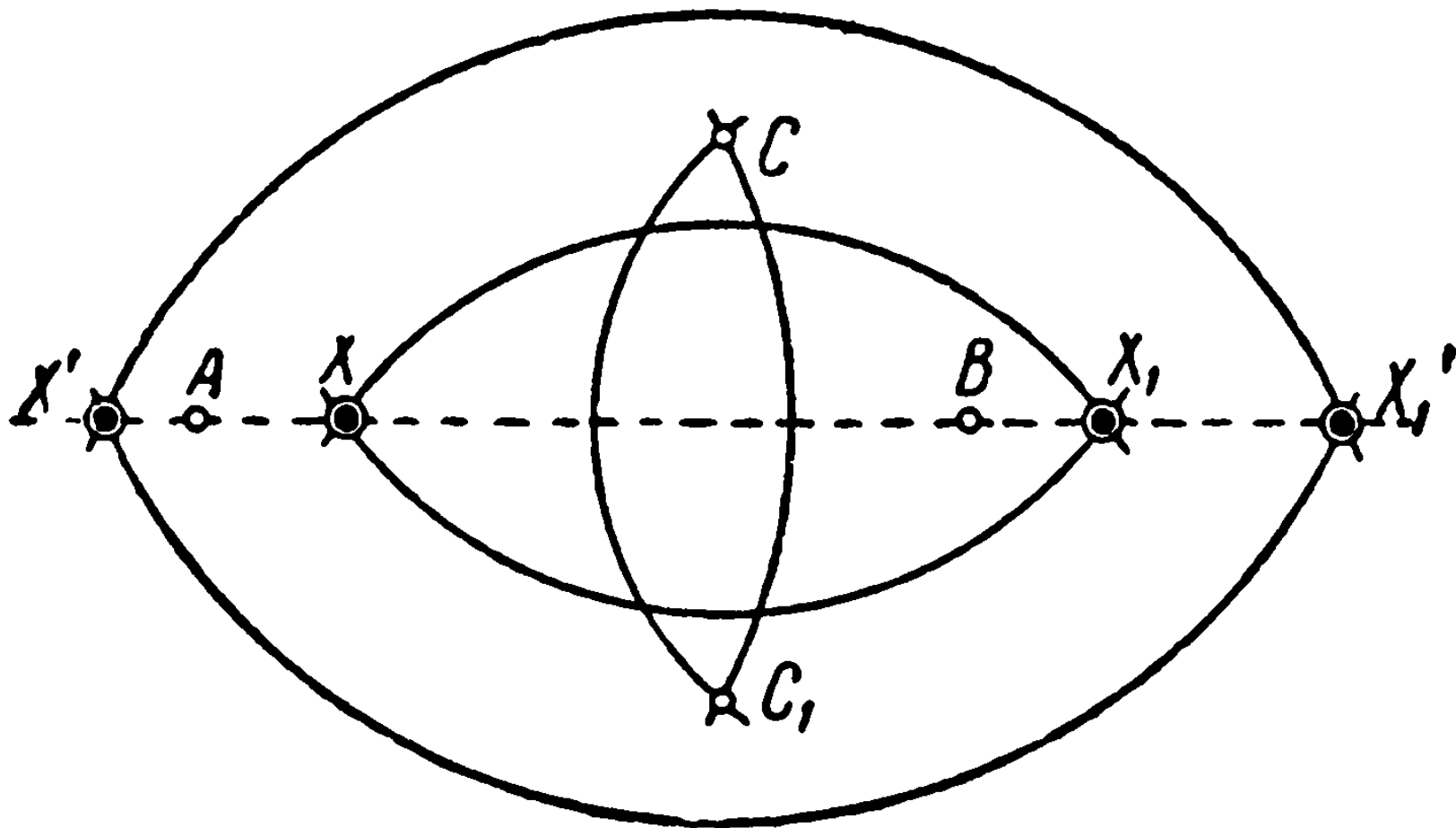
Prodloužení úsečky na dvojnásobek, ...



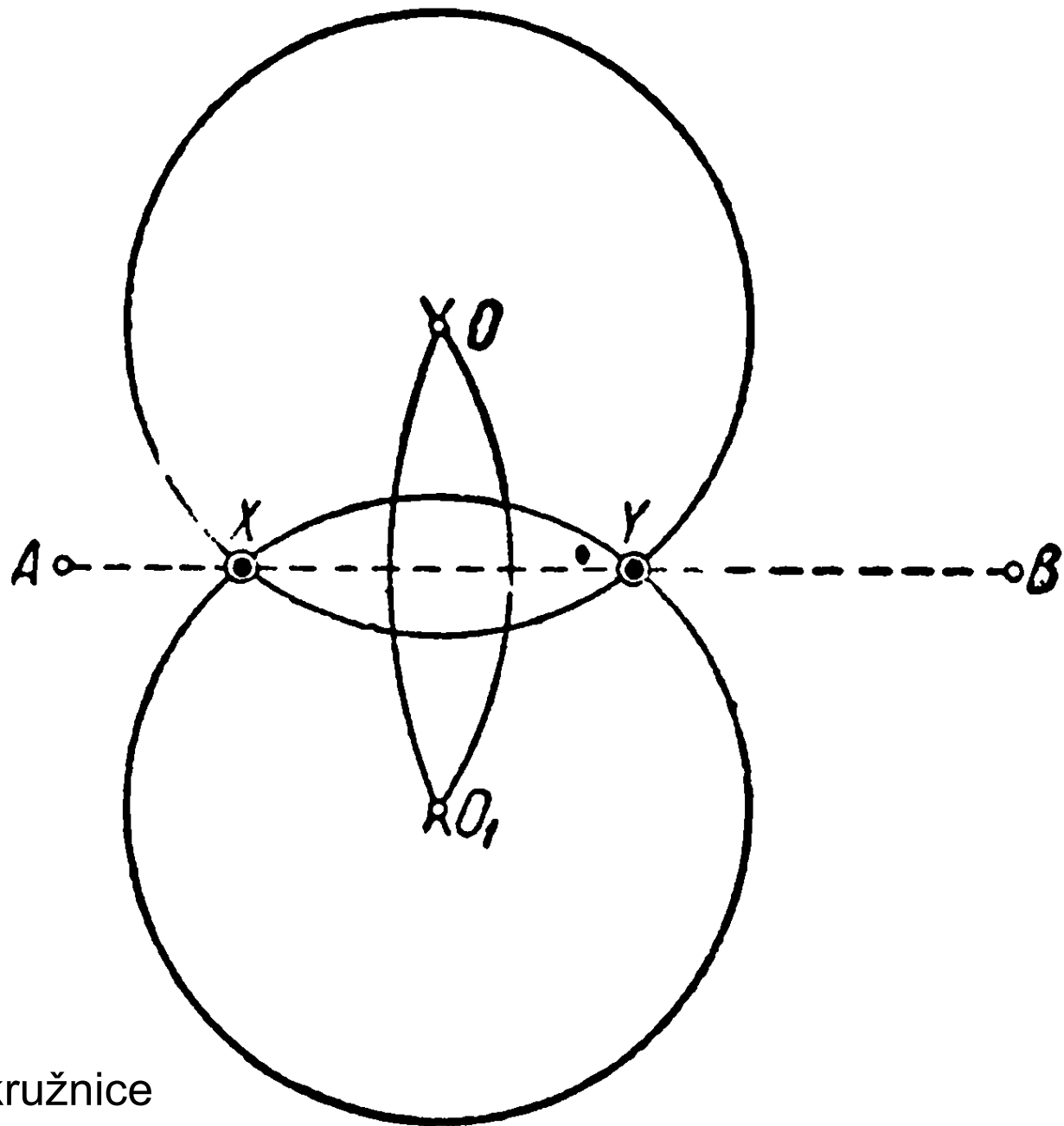
$$a/b = c/d$$

Rozpůlení oblouku

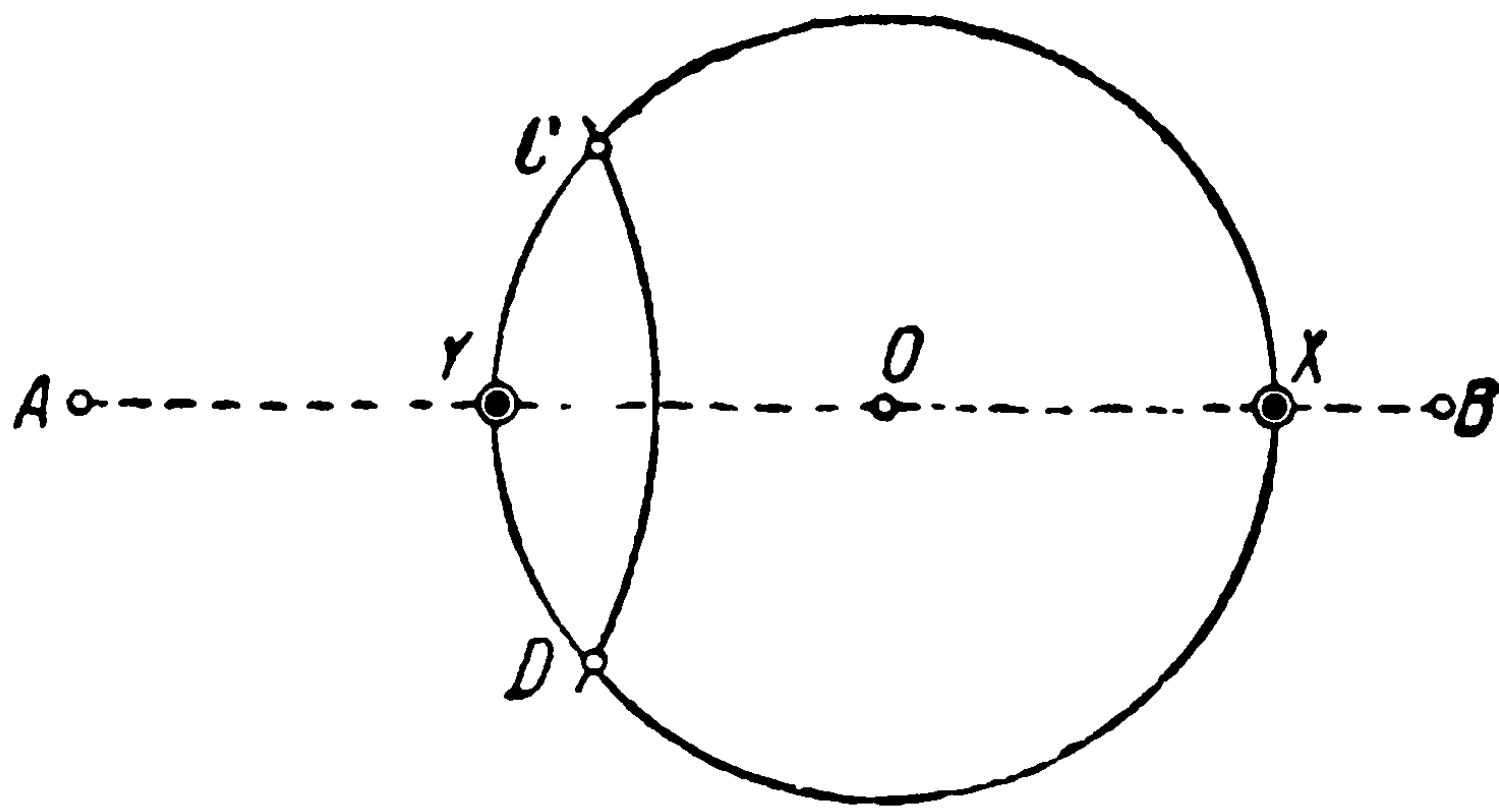




Nalezení dalších bodů přímky  $AB$

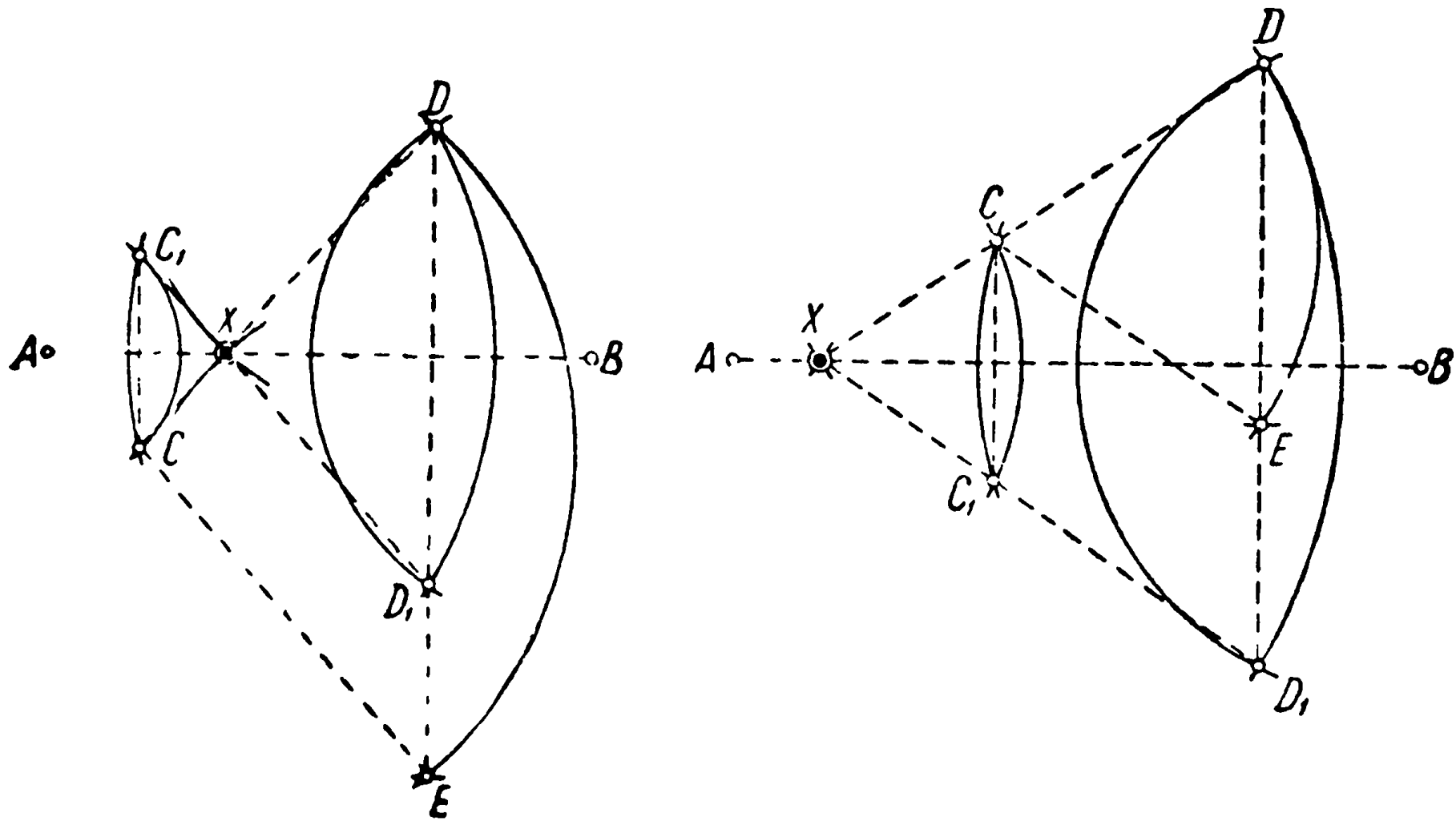


Průsečíky přímky a kružnice



Průsečíky přímky a kružnice

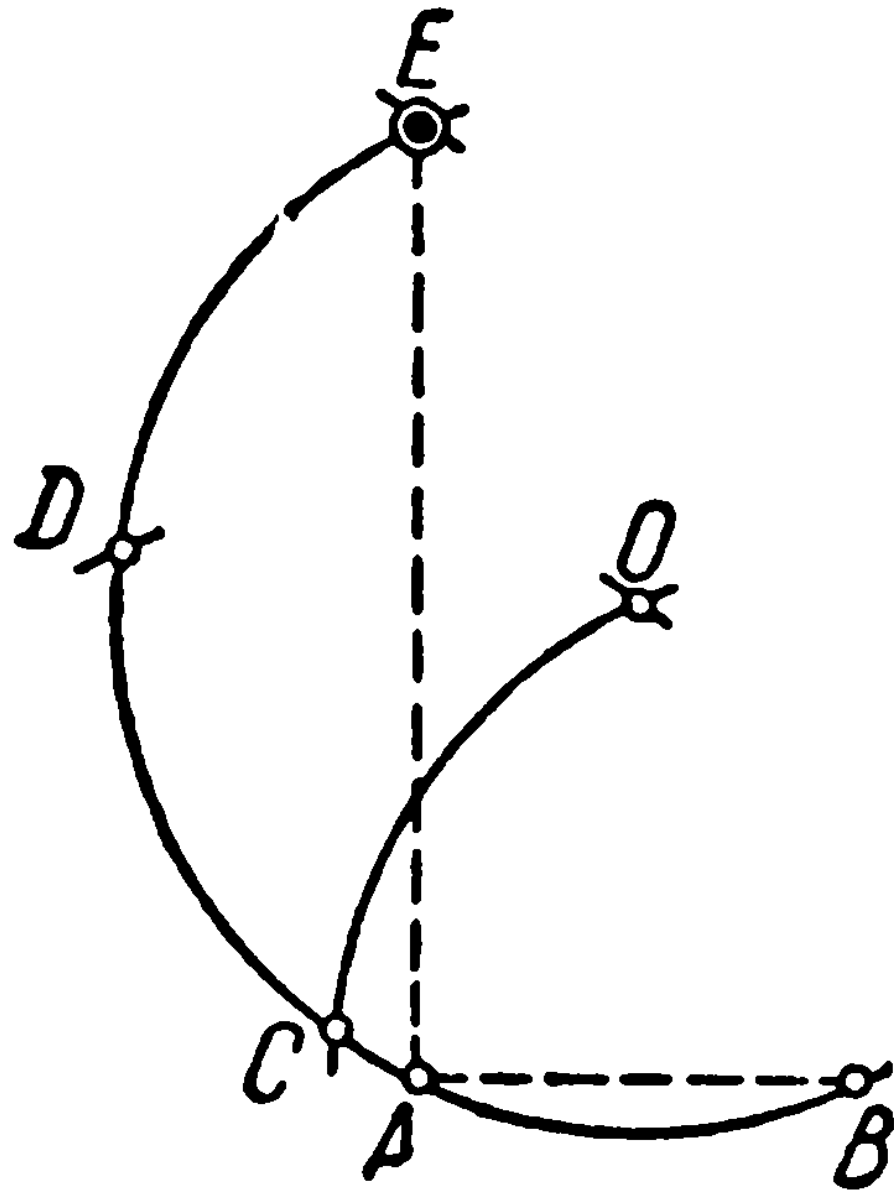




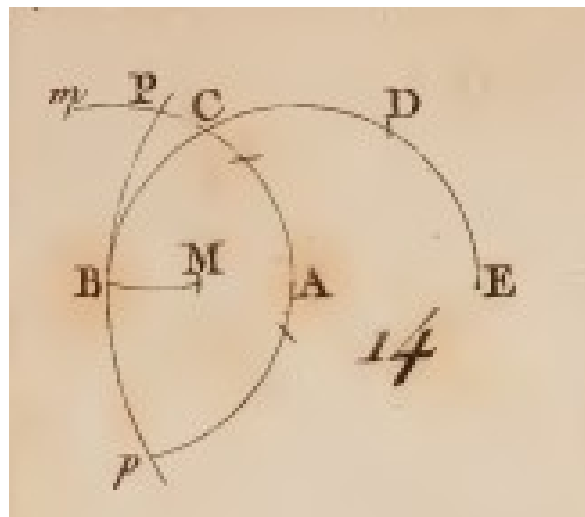
Průsečík přímek AB, CD

## Cvičení:

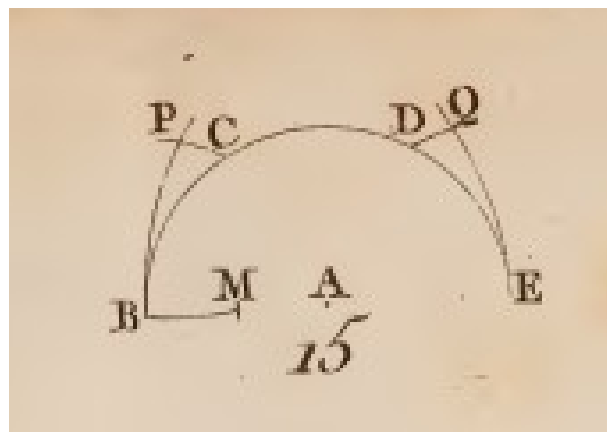
1. Sestrojit kolmici k úsečce AB v bodě A
2. Rozdělit úsečku na  $n$  stejných částí
3. Najít střed dané kružnice



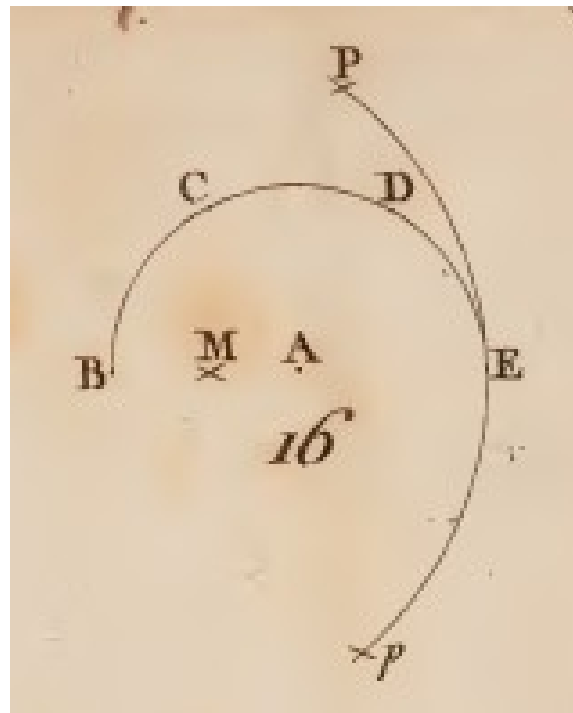
Kolmice na úsečku AB



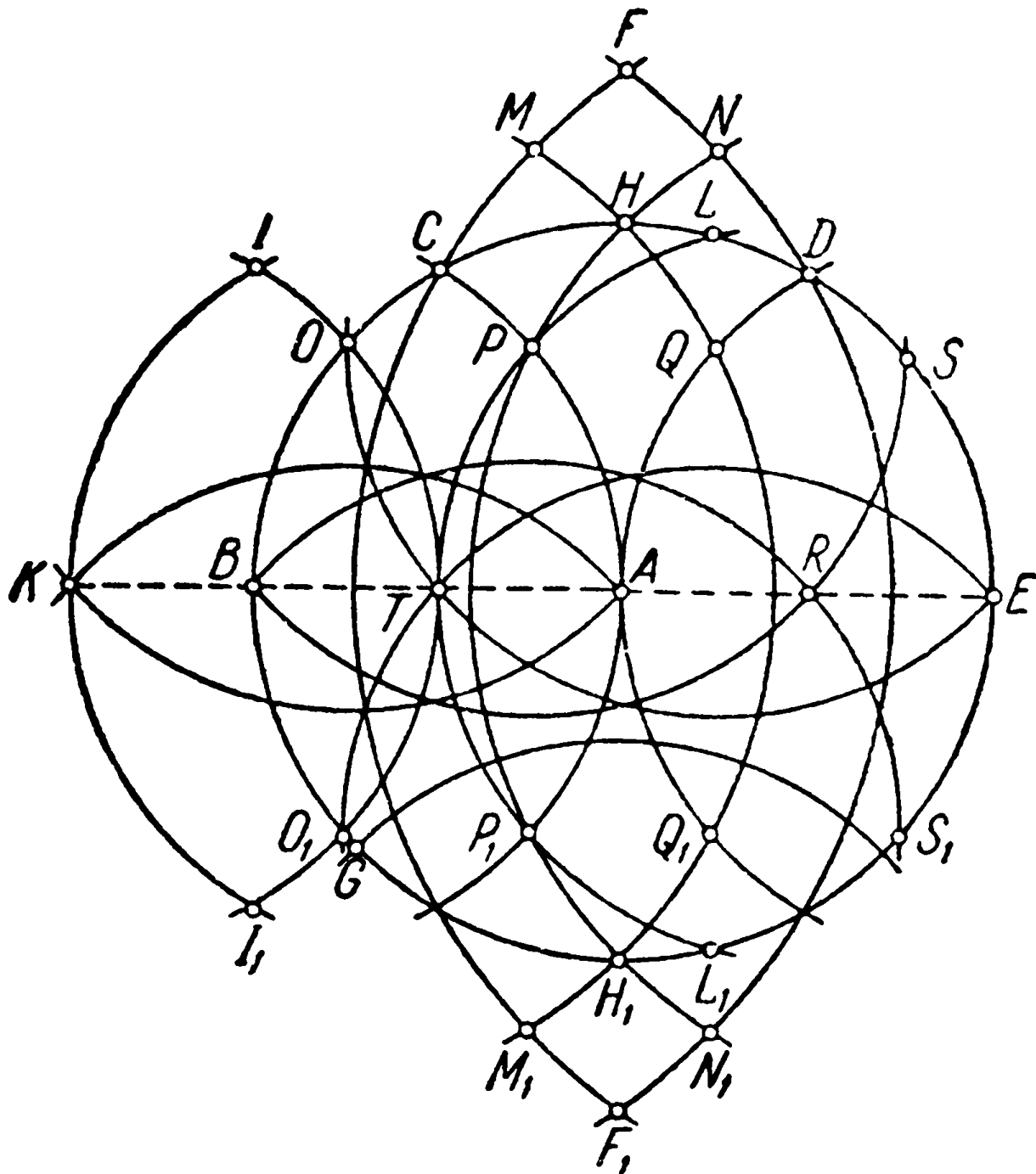
Nalezení středu úsečky BA

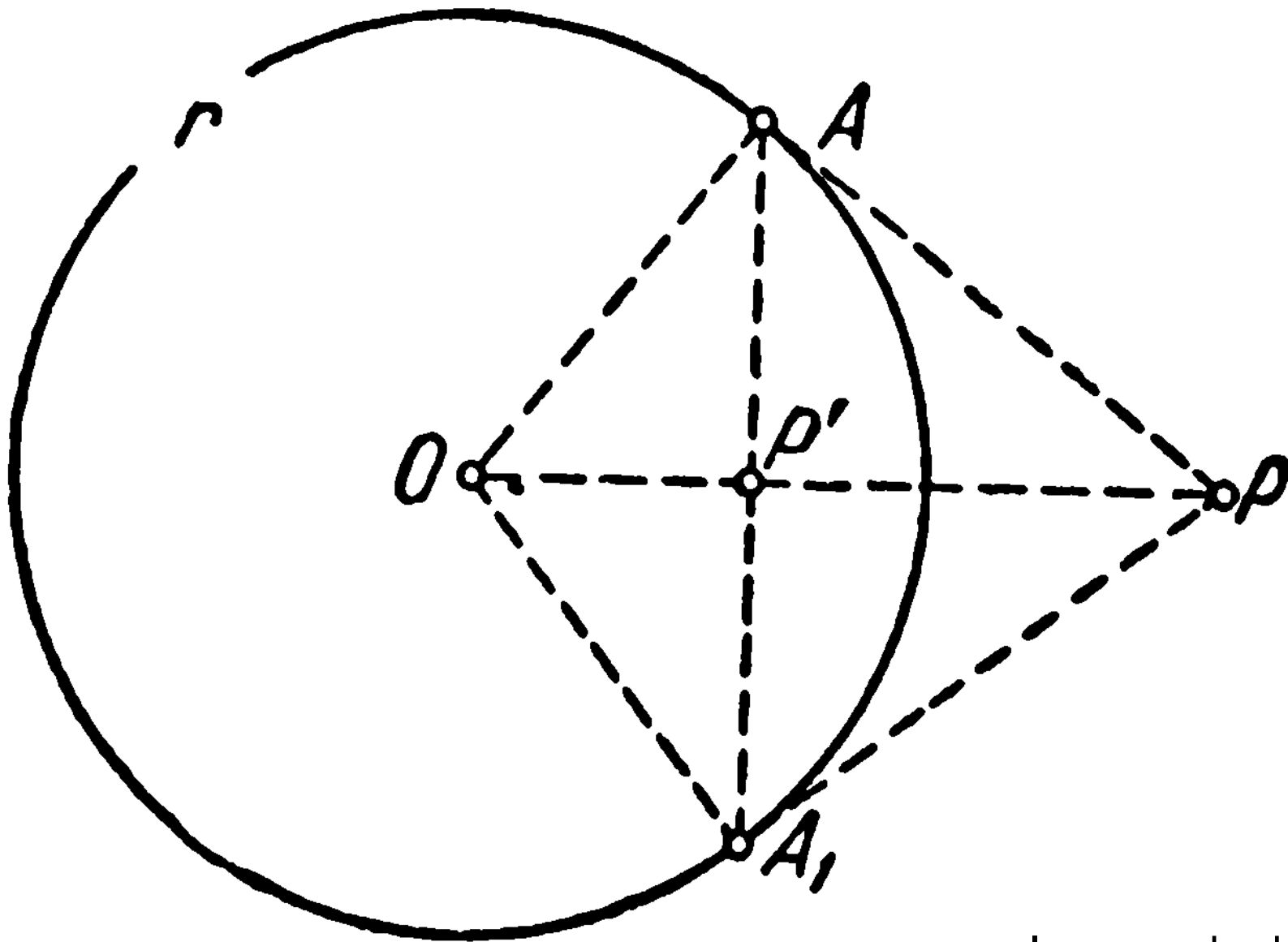


Nalezení středu úsečky BA



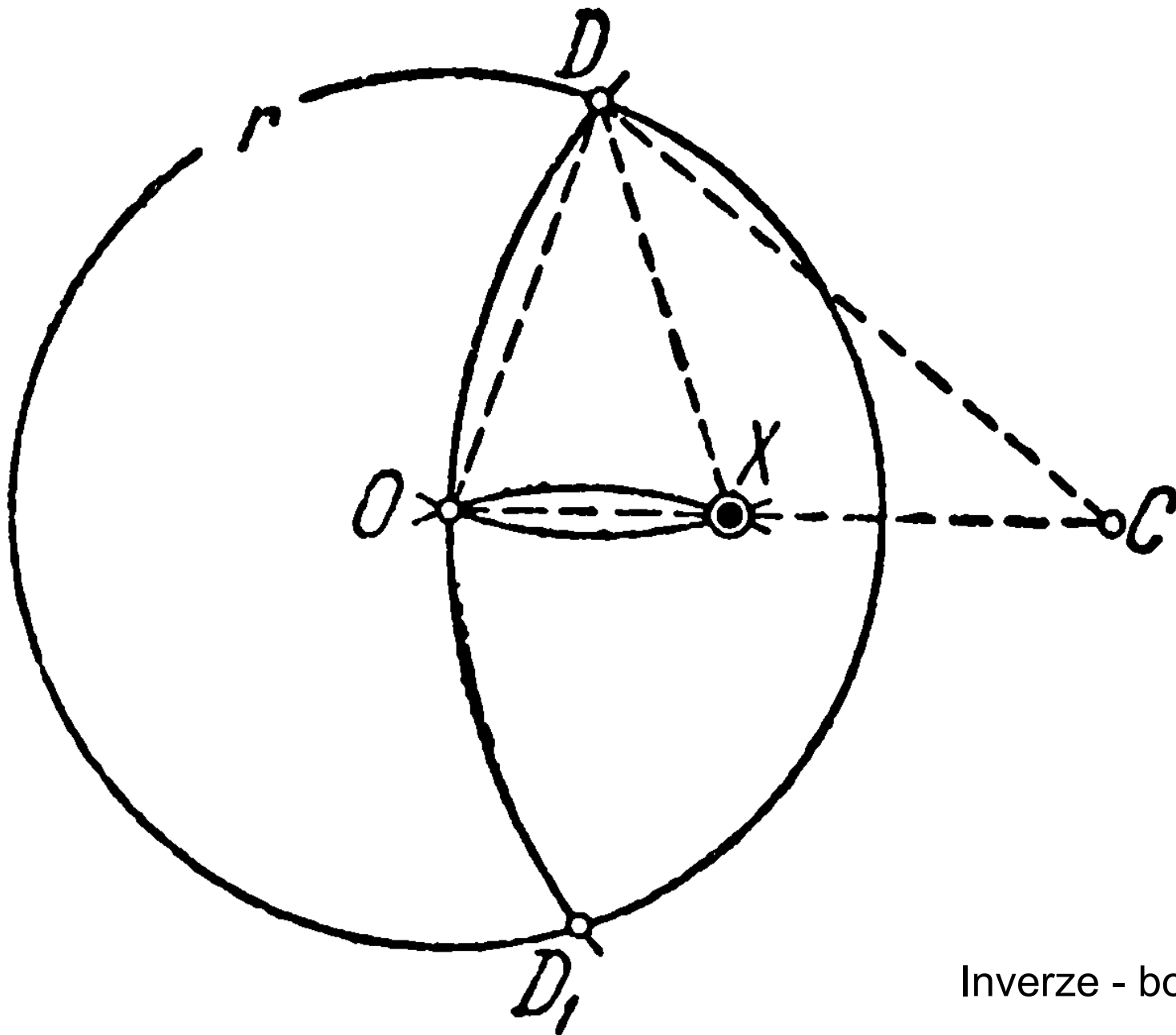
Nalezení středu úsečky  $BA$



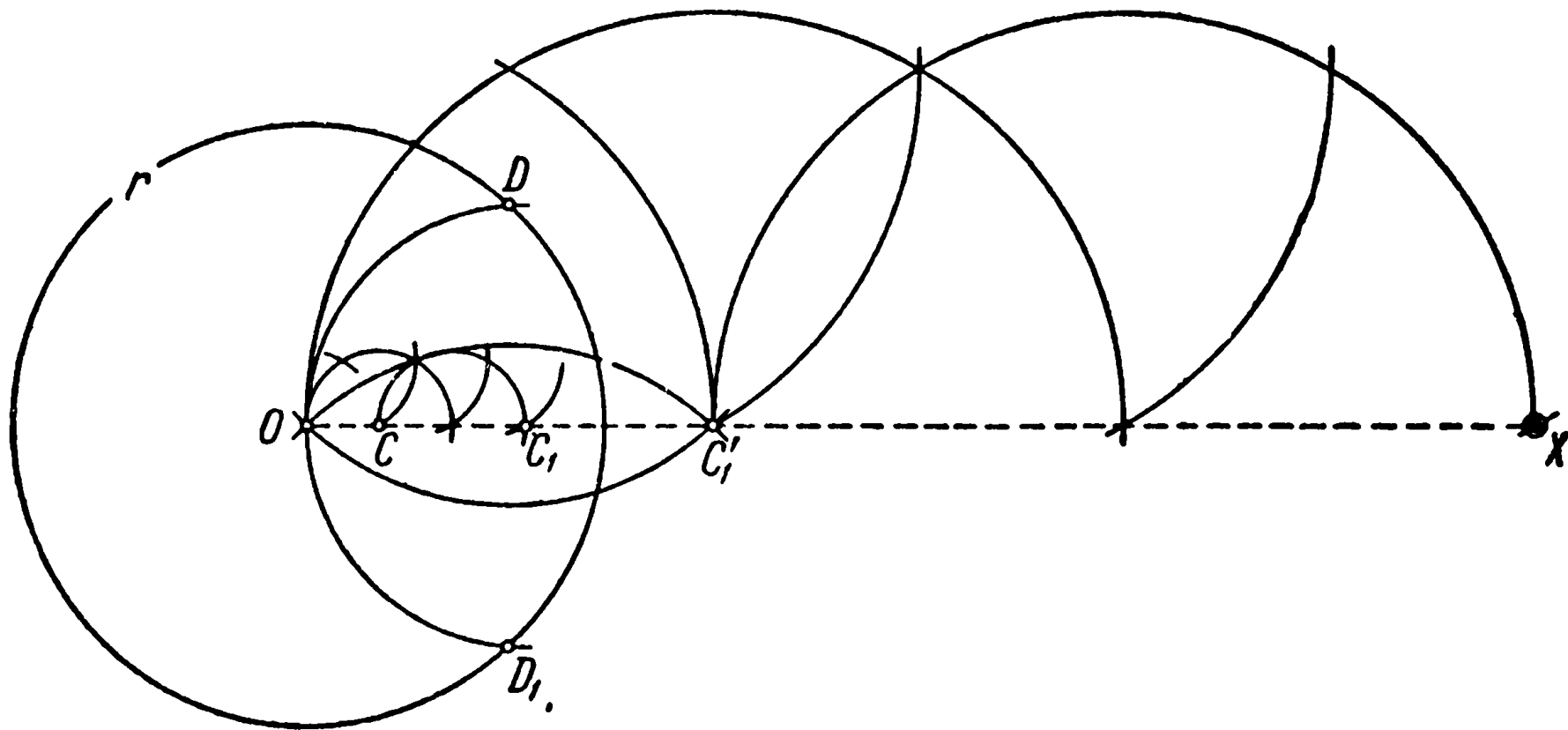


Inverze - bod

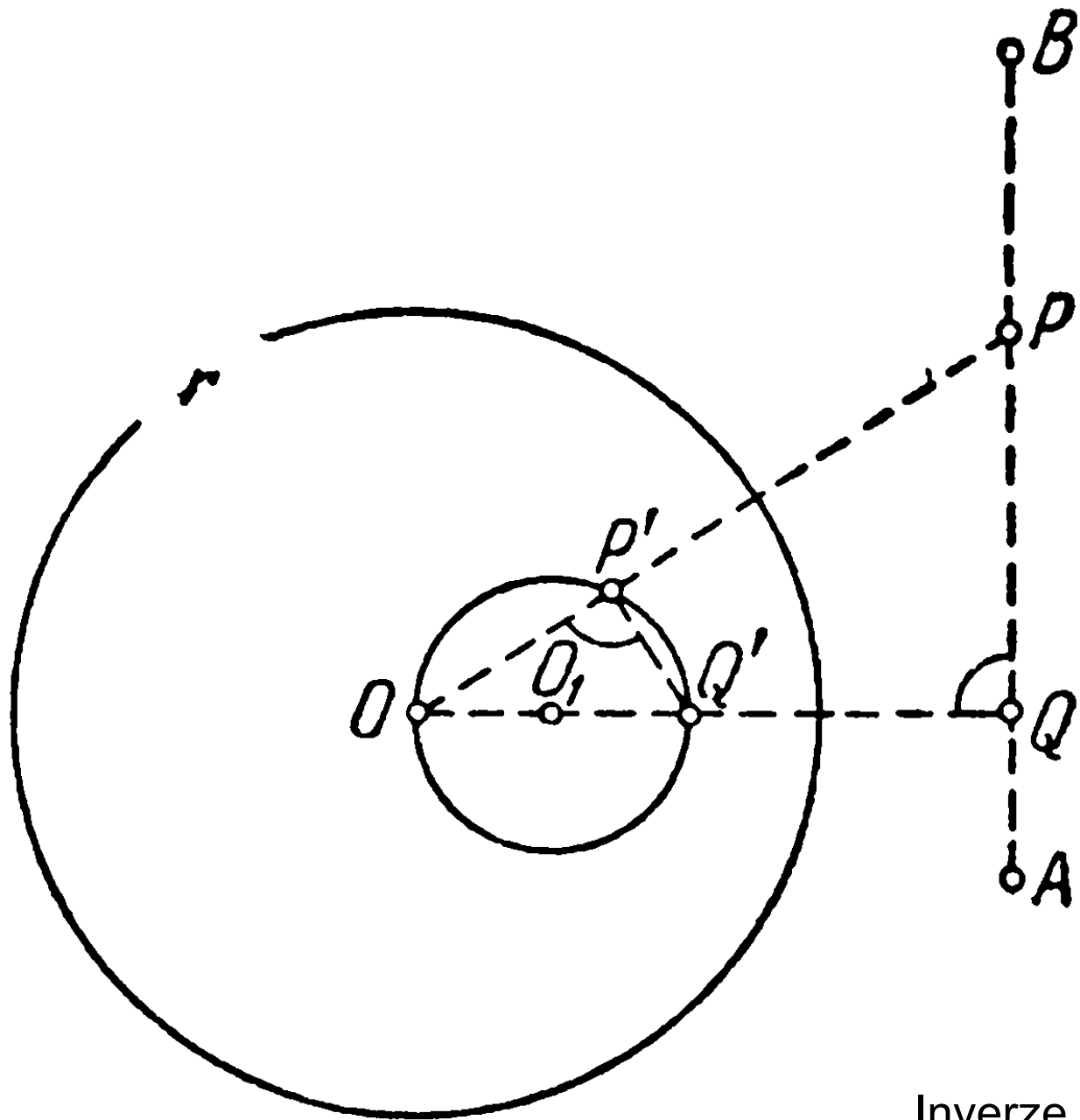




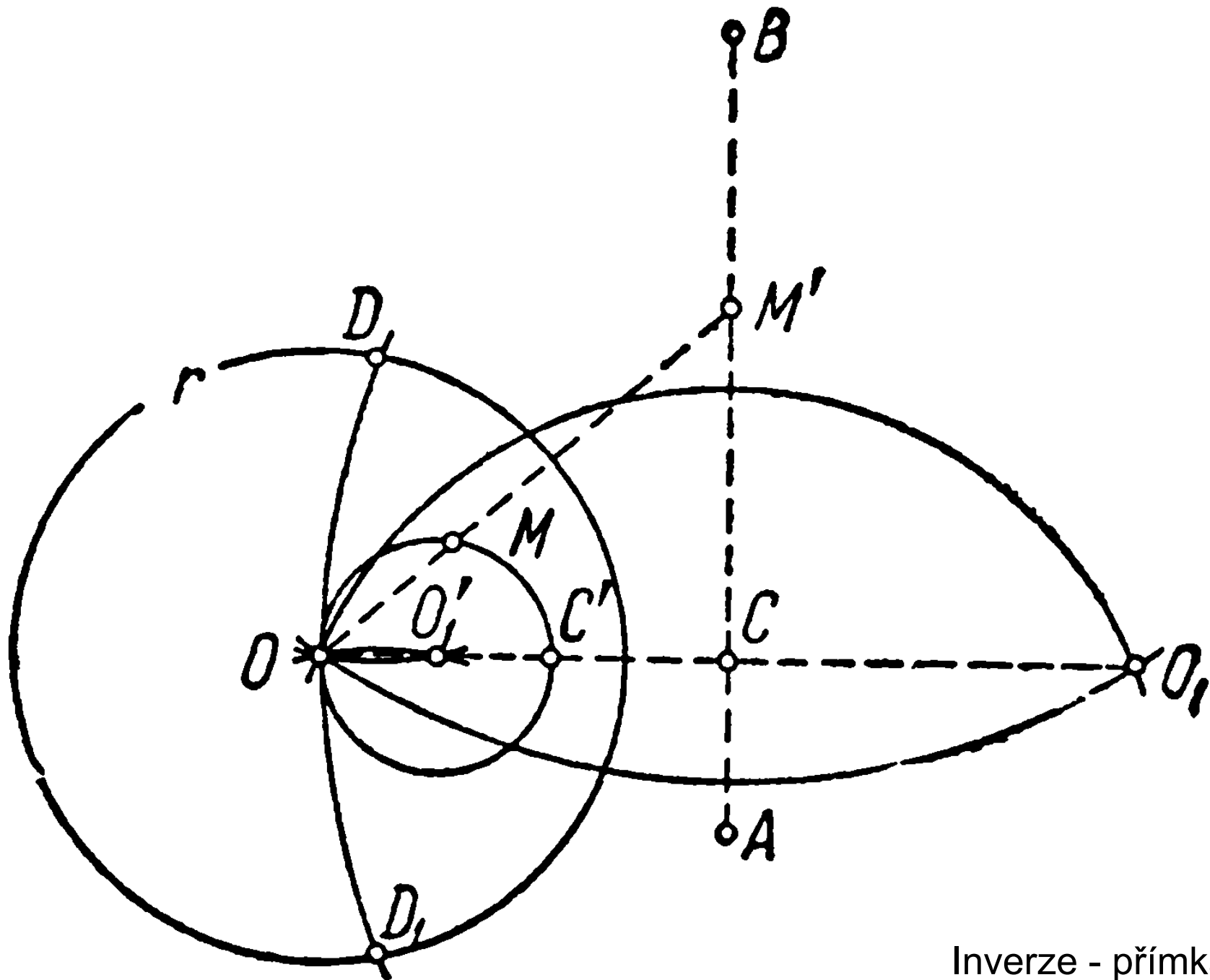
Inverze - bod



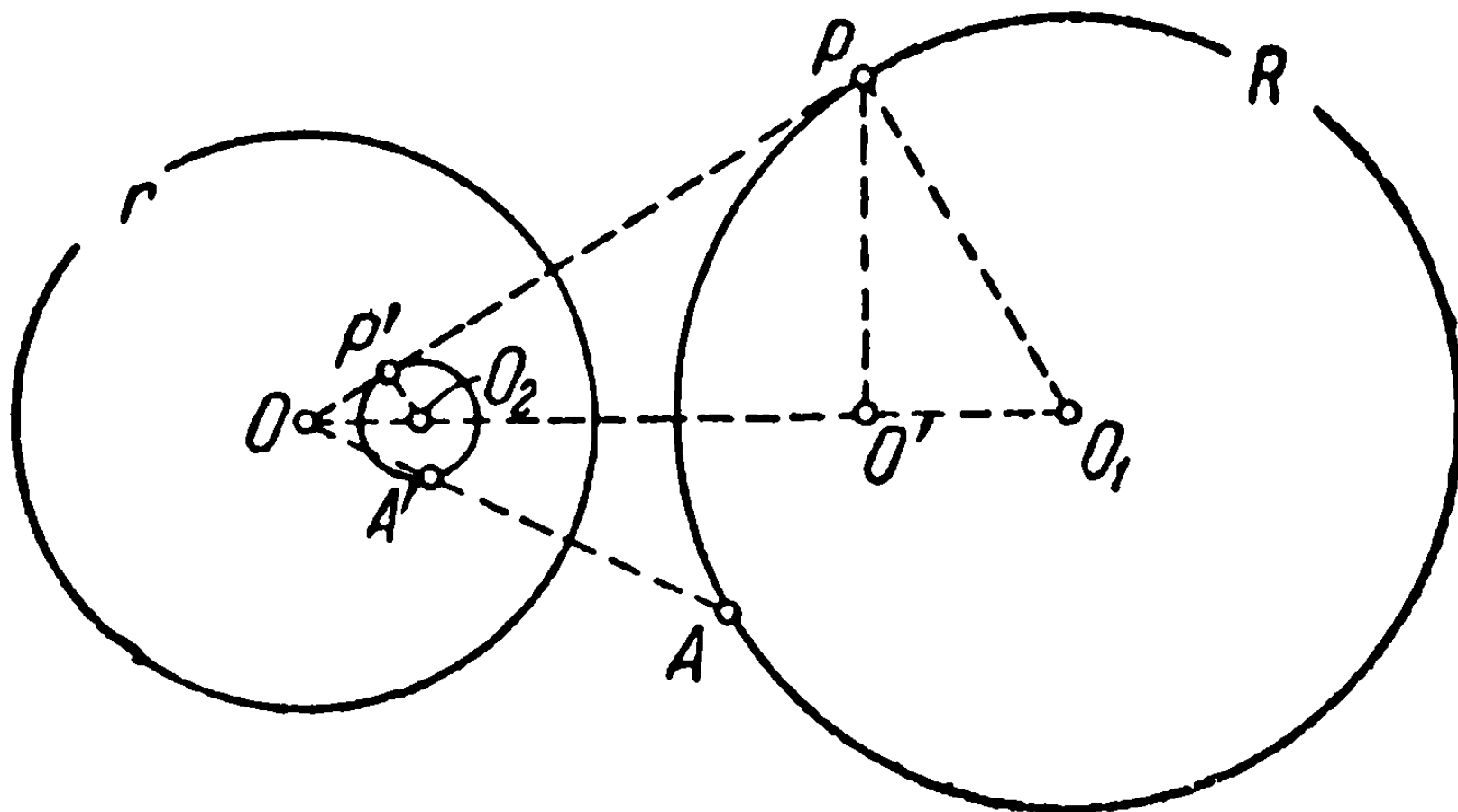
Inverze - bod



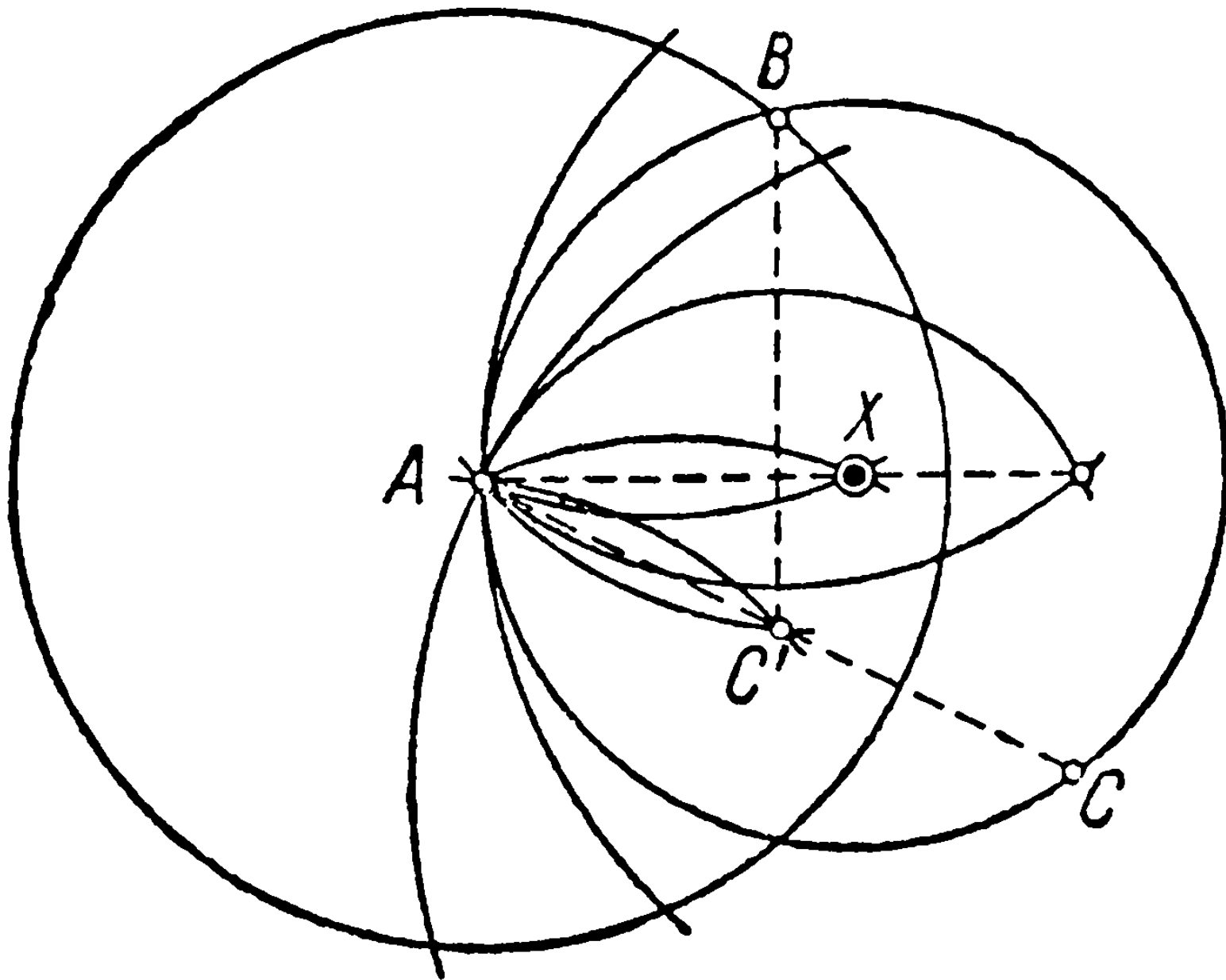
Inverze - přímka



Inverze - přímka



Inverze - kružnice



Kružnice opsaná trojúhelníku ABC

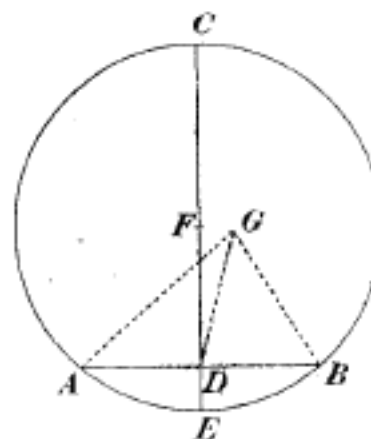
Najdi střed kruhu daného.

Budiž daným kruhem  $ABC$ ; má se tedy najíti kruhu  $ABC$  střed.

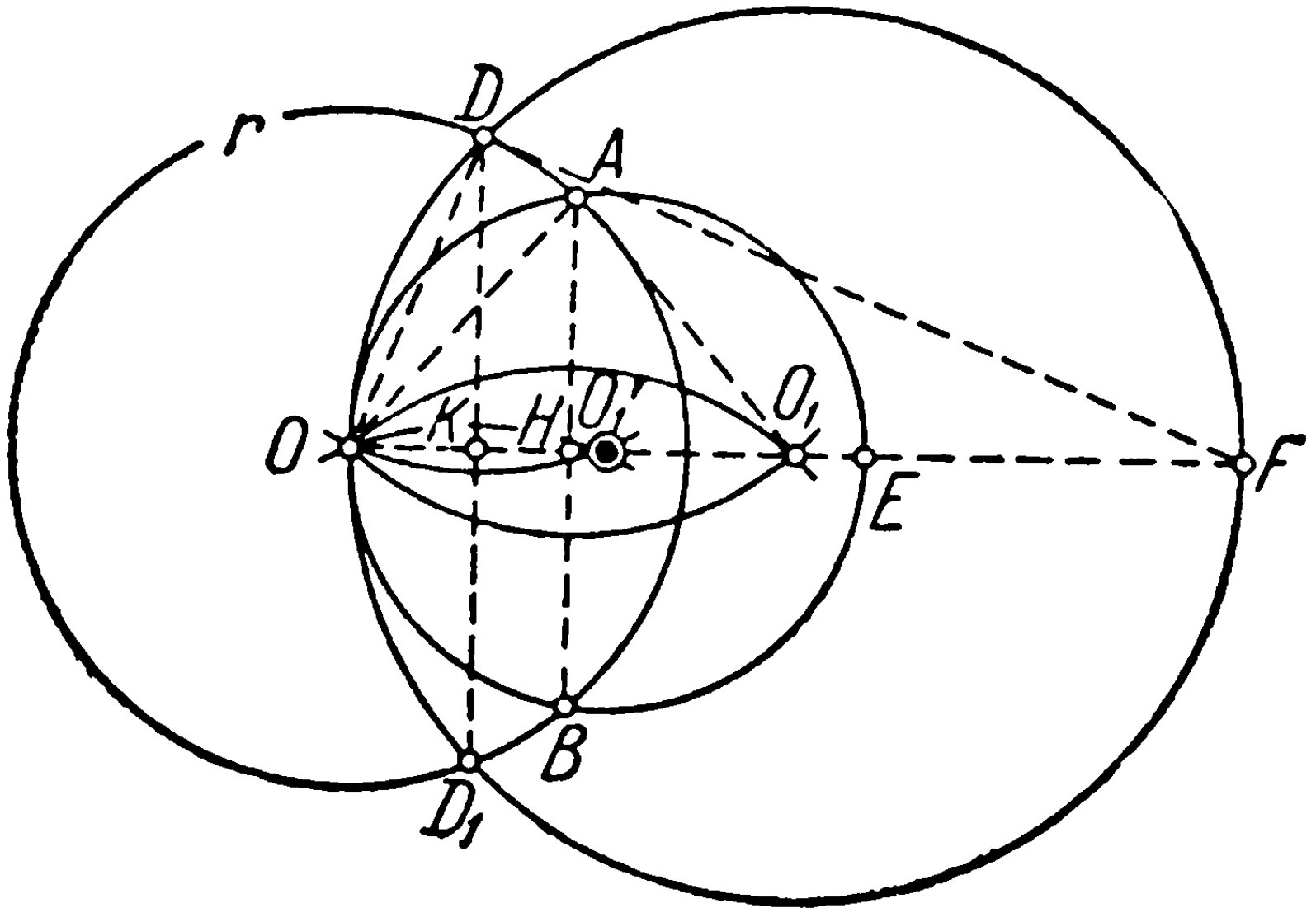
Veďme v něm libovolně nějakou přímku  $AB$  a rozpolme ji v bodě  $D$  a z  $D$  veďme  $DC \perp AB$  a prodlužme do  $E$  a rozpolme  $CE$  v  $F$ ; pravím, že  $F$  je střed kruhu  $ABC$ .

Nuže, neboť jím, nýbrž, možno-li, buď jím  $G$ , a veďme spojnice  $GA$ ,  $GD$ ,  $GB$ . A ježto  $AD = DB$ , společnou pak  $DG$ , obě patrně  $AD$ ,  $DG$  jednotlivě stejné jsou s  $GD$ ,  $DB$ , a základna  $GA = GB$ , neboť jdou ze středu; tedy  $\sphericalangle ADG = \sphericalangle GDB$ . Když pak přímka na přímce postavena jsouc tvoří stýkavé úhly navzájem sobě rovné, jest každý ten úhel pravý; tedy  $\sphericalangle GDB = R$ . Jest pak i  $\sphericalangle FDB = R$ ; tedy  $\sphericalangle FDB = \sphericalangle GDB$ , větší menšímu, což právě jest nemožno. Tedy bod  $G$  není středem kruhu  $ABC$ . Podobně ovšem dokážeme, že ani žádný jiný kromě  $F$ .

Tedy bod  $F$  je středem kruhu  $ABC$ .



## Nalezení středu kružnice - Eukleidés



Nalezení středu kružnice OAE