7.

Gegenstände

einer

ffentlichen Prüfung

aus den

mathematischen Vorlesungen

des

Stanislaus Wydra,

omherrn bei allen Heiligen ob dem prager Schlosse,
k. k. o. Professors der Mathematik auf der
Universität zu Prag,

welcher sich

ı Gegenwart der ganzen philosophischen
Fakultät

im Jahre 1801 den / Juli Vormittags

im Karolinsaale

unterziehen werden.

Prag, gedruckt bei Johann Diesbach.

Die Herren

John Anton, von Tünscht.
Juris Peter, von Brüx.
Maschauer Christoph, von Gotschau.
Richter Wenzel, von Sauberitz.
Schmidl Johann, von Prag.
Stumpa Ignaz, von Schwarzkostelez.
Winterling Johann, von Wildstein.

Alle aus Böhmen, Hörer der philosophischen Wissenschaften im zweiten Jahre.

Anmerkung.

Die itzt genannten Herren Hörer der Mathematik haben im jüngst verflossenen Jahre von mir den öffentlichen, heuer nur den Privatunterricht bekommen.

Die gewöhnlichen Kollegien gab ihnen statt meiner Herr Christoph Klein, den der wohllöbliche k. k. Studienkonseß wegen seinen vorzüglichen mathematischen Kenntnissen der hohen Landesstelle vorgeschlagen, und von ihr die Bewilligung dazu erhalten hat. Diesem meinem würdigen Stellvertreter zolle ich hiemit den wärmsten Dank.

Warum bedurfte ich aber eines öffentlichen Stellvertreters? — — Die Schonung der geschwächten Brust zwang mich zu diesem durch acht und zwanzig Jahre nie gewagten Schritte. — —

Woher nun die plötzliche Schwäche? Von einer einzigen Rede, die ich, durch einen lange anhaltenden Husten völlig entkräftet, am 12. Hornung vorigen Jahres in der Teinkirche gehalten habe.

Diese Rede wurde in der neuen berlinischen Monatschrift im Juli 1800 Nr. 2. unter dem Titel: Feierliche Rede des Professors Wydra in Prag; Brief eines Reisenden rezensirt

Der H. Reisende beschuldiget mich darin einer altkatholischen Religion, des Jesuitismus und Intoleranz, die ersten zwei Vorwürfe machen mir Ehre, ich befleiße mich sie zu verdienen. Den dritten verdiene ich nicht, alle diejenigen, welche mich näher kennen, werden für mich sprechen. Von andern Vorwürfen will ich schweigen, vielleicht würde meine gründliche Vertheidigung den Herrn Reisenden beleidigen; mir ist aber leichter eine Beleidigung zu ertragen, als sie einem andern empfinden zu lassen.

Nicht daran genug, daß dieselbe Rede in Berlin eine so strenge Kritik leiden mußte, erschien nebst ihr in der Nazionalzeitung der Deutschen im 39. Stücke den 25. Sept. 1800 Seite 869. Charakteristik des Prof. Wydra, Brief aus Böhmen.

Der gelehrte H. Briefsteller aus Böhmen hatte die Großmuth, meine Rede eine Obscurantenrede zu nennen. Er muß dann ein Illuminat seyn, ich wünsche ihm viel Glück dazu, mit der Versicherung, daß ich so lange ein Obskurant bleiben werde, bis mich einst Gott jenseits des Grabes aufklären wird.

Im Anfange seines Briefes behauptet er, ich sey ohne Rücksicht auf Verdienste bloß per turnum zu der Würde eines Universitätsrektors gelangt, gleich darauf bezeigt er sich so gütig gegen mich, daß er mir doch manches Verdienst nicht abspricht. Ich danke ihm dafür. Uibrigens mag der H. Schriftsteller wissen, daß ich nicht per turnum Rektor ward, etwa so wie sonst die Magistratsräthe die Bürgermeisterwürde erhalten haben. Nicht allein die sämmtlichen Fakultäten, sondern auch einzelne Glieder derselben haben mich einstimmig ohne meiner Bestrebung, und wider meine Erwartung dazu erwählt. Vorzüglich sind des Herrn Verfassers nachstehende Worte merkwürdig: **Indeß wagt er (Wydra) es nicht leicht Proselyten zu machen, als durch seine Sonnabendsreden an seine Schüler, die aber mehr von Lachen, als von ernstlichen Folgen begleitet sind.**

Mein H. Schriftsteller! hier muß ich mich nicht meiner, sondern der guten böhmischen Jugend annehmen; nicht meiner: denn mit einem großen Paulus darf ich mich wohl nicht messen, dessen göttliche Rede doch einst von einigen Atheniensern ist belacht worden. Die böhmische Jugend ist noch für Sittlichkeit und wahre Religion empfänglich: vernehmen sie nur, wie sich meine HH. Schüler den 10. Heumonat im jüngstverflossenen Jahre in einem gedruckten Blatte geäußert haben:

Lehren hoher Wahrheit,
Christenpflichten
und Religion:
Pflichten guter Bürger,
dankbaren Söhnen gleich
unser Vaterland zu lieben,
der Tugend Weg
rühmlich fortzuwandeln,
standhaft stets zu seyn,
Glück und Noth mit gleichem Sinn zu tragen,
lehrte Wydra uns.

Dieses Lob meiner liebsten Herren Schüler, sie mögen auch nach dem artigen Ausdrucke des H. Briefstellers Stockböhmen oder Purdeutsche seyn, fällt besonders auf die sieben, die mich darum sehnlich ersucht haben, damit ich mit ihnen diese öffentliche Prüfung vornehme; wahrlich zur Beschämung jener Leute, die noch in dem Wahne sind: die Mathematik sey ein trocknes Studium, und behage der Jugend nicht; der liebenswürdigen böhmischen Jugend behaget sie wohl.

A. M. D. G.

Sätze aus der Rechenkunst.

1. Mit ganzen Zahlen und entgegengesetzten Größen zu rechnen.

Anm. Meine HH. Schüler haben von mir demonstrative Rechenkunst gelernt.

2. Ausdrücke, in denen verschiedene Buchstaben mit verschiedenen Zeichen zusammengehängt befindlich sind, zu addiren, oder zu subtrahiren, wie auch zu multipliziren, oder zu dividiren.

Wenn m, n ganze Zahlen bedeuten; so ist jede gerade Zahl = 2 m, und jede ungerade = 2 n + 1. Aus solchen allgemeinen Ausdrücken lassen sich viele wichtige Lehrsätze herleiten, wenn man mit ihnen verschiedene Rechnungen anstellt.

3. Mit zehntheiligen Brüchen zu rechnen.

4. Aus jedem sowohl vollkommenen, als unvollkommenen Quadrate und Würfel die Quadrat- und Kubikwurzel, auch durch die Näherung zu ziehen.

Wenn man aus einem unvollkommenen Quadrate Q die Wurzel W gezogen, und den Rest R erhalten hat; so muß man zu Q, $2W + 1 - R$ addiren, um das Quadrat Q vollständig zu machen, dessen Wurzel $= W + 1$ seyn wird. Zu einem unvollkommenen Würfel müßte $3W(W + 1) + 1 - R$ addiret werden; um eine Kubikwurzel $= W + 1$ zu erreichen. Z. B. $\sqrt[3]{3445} = 15 = W$, $R = 70$; folglich $3W(W + 1) + 1 - R = 651$; und $\sqrt[3]{4096} = 16 = W + 1$.

5. Wenn das erste Glied einer steigenden arithmetischen oder geometrischen Verhältniß $= a$; die Differenz in jener $= d$; in dieser aber der Exponent $= m$ ist, so ist jene $= a. a + d$; diese $= a : am$. Der allgemeine Ausdruck der arithmetischen unterbrochenen Proporzion wird seyn: $a. a + d = b. b + d$; der geometrischen: $a : am = b : bm$.

Hieraus wird man alle Eigenschaften bei-der Verhältnisse und Proporzionen folgern.

6. Die Regel Detri, wie auch Gesellschafts- und Vermischungsrechnungen zu machen und zu beweisen.

Regula falsi simplicis, & duplicis positionis sind für einen Algebristen entbehrlich.

7. Wenn E, e zwo Wirkungen, C, c ihre wirkenden Ursachen, T, t die Zeiten sind, so ist: E : e = C T : c t.

Dieser Satz ist ungemein wichtig, weil er auch in andern Theilen der Mathematik vorkömmt, wo nicht eben wirkende Ursachen und Wirkungen vorhanden sind.

8. Regula reductionum (Kettenregel) kömmt bei der Vergleichung verschiedener genannten Zahlen, als Münzen, Maaße, u. s. w. vor.

9. Was ist ein zusammengesetztes Verhältniß? was ratio duplicata, subduplicata, triplicata, subtriplicata?

Die Abscissen sind bei der apollonischen Parabel *in ratione duplicata* der Ordinaten, diese aber *in ratione subduplicata* der Abscissen.

10. Wenn L den Logarithmus, P das Produkt, F, f Faktorem, Q den Quotus, D den

Dividendus, d den Divisor bedeuten; so ist $LP = LF + Lf$; $LQ = LD - Ld$; oder auch $L\left(\frac{D}{d}\right) = LD - Ld$. Der $L(R^m) = mLR$; und hieraus $\frac{L(R^m)}{m} = LR$; wo R die Wurzel anzeigt.

11. $\sqrt[m]{b^r} = b^{\frac{r}{m}}$; so auch $\sqrt[u]{d^c} = d^{\frac{c}{u}}$;

Nun ist $b^{\frac{r}{m}} = b^{\frac{ru}{mu}}$; und $d^{\frac{c}{u}} = d^{\frac{mc}{mu}}$; also $\sqrt[m]{b^r} = b^{\frac{ru}{mu}} = \sqrt[mu]{b^{ru}}$, und $\sqrt[u]{d^c} = d^{\frac{mc}{mu}} = \sqrt[mu]{d^{mc}}$.

Hieraus ist zu ersehen, wie man Wurzelgrößen auf einerlei Benennung bringt.

12. $\sqrt[m]{a^m b^r} = \sqrt[m]{a^m}\,\sqrt[m]{b^r} = a^{\frac{m}{m}}\, b^{\frac{r}{m}} = a\sqrt[m]{b^r}$, folglich $\sqrt{12} = \sqrt{4.3} = \sqrt{4}\,\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, und $2\sqrt{3} = \sqrt{4.3} = \sqrt{12}$.

13. Wurzelgrößen zu addiren, oder zu subtrahiren, wie auch zu multipliziren, oder zu dividiren.

14. Von einer verneinten Größe sind alle Potenzen bejaht, deren Exponenten gerade sind, und alle verneint, deren Exponenten ungerade sind.

$\sqrt{-4}$ ist eine unmögliche Größe quantitas imaginaria.

15. Alle möglichen Versetzungen einer gegebenen Menge von Dingen zu finden.

Aus der Algebra.

Nebst allen kästnerischen Aufgaben sind auch nachstehende der Gegenstand der Prüfung.

16. Wenn man die Zahl der Hörer der philosophischen Wissenschaften im ersten Jahre x, im zweiten y, im dritten z nennt, so wird man aus folgenden Gleichungen: $x + \frac{y+z}{4} = 154$; $y + \frac{x+z}{6} = 155$; $z + \frac{x+y}{2} = 197$ die Zahlen jener HH. Schüler finden können, welche aus der Philosophie zur Legion übergegangen sind.

17. Die Zahl derjenigen Akademiker, die an hiesiger Universität seit 1773 bis 1801 die reine Mathematik gehört haben, ist so beschaffen, daß, wenn man von dem Quadrate des vierten Theils derselben den vierten Theil abzieht, der Rest 3506256 herauskömmt.

18. Die angewandte Mathematik fieng erst an im Jahre 1775 tradirt zu werden; die Hörer derselben findet man aus nachstehender Gleichung:

$$\sqrt{\frac{(x + 86) + 9}{4}} = 20.$$

19. Wem die Haupttabelle über Trauung, Geburt und Sterblichkeit in Böhmen für das 1800 Jahr nicht zum Gesichte gekommen ist, der löse nachstehende Aufgabe auf, um zu erfahren, wie viel in Prag beiderlei Geschlechts zusammen geboren und gestorben seyn, nämlich: der dritte Theil der Gestorbenen ist = 1571. Und der vierte Theil der Geborenen von dem dritten Theile der Gestorbenen abgezogen, läßt 633 übrig.

Die Auflösung wird zeigen, daß zu Prag in angeführtem Jahre um 1083 mehr gestorben als geboren sind; warum? In dem übrigen Lande aber beträgt die Summe der Geborenen und Gestorbenen 225130; doch sind 12364 mehr geboren als gestorben.

20. Wenn x die Menge der blühendsten Städte, 3 x die Marktflecken, 2 x + 60 die festen Schlösser, 303 x + 63 die Dörfer bedeuten, deren aller Summe gleich 31023 ist; so findet man vermittelst einer einfachen Gleichung die Angabe der itzt genannten Städte, Marktflecken, Schlösser und Dörfer in Böhmen, welche beim Balbin vita Arnesti p. 5 vorkömmt.

Hieraus läßt sich auf die Volksmenge in Böhmen zu jener Zeit schließen.

21. Wenn a das erste Glied, d die Differenz, n die Anzahl aller Glieder einer arithmetischen Progression bedeuten, so ist das letzte $u = a \pm d (n - 1)$; und jedes andere dem r. — 1 Glieder vorgehen $= a \pm d (r - 1)$.

22. Die Summe der äußern Glieder $2 a + d (n - 1)$ ist gleich der Summe der innern, die gleichweit von den äußern entfernt sind.

23. Die Summe aller Glieder S ist $= (a + u) \frac{n}{2}$, oder $= a n + \frac{d}{2} (n^2 - n)$.

24. Die Summe S aller Glieder einer geometrischen Progression ist $= \frac{mu - a}{m - 1}$; oder $= \frac{a m^n - a}{m - 1}$, wo a das erste, m den Exponenten der Verhältniß, n die Anzahl aller Glieder bedeuten.

Diese Formeln lassen sich auf verschiedene Arten herausbringen und benützen.

25. Die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression wird auch gefunden, wenn man das erste Glied mit der Differenz zwischen dem ersten und letzten Gliede multiplizirt, dieses Produkt mit der Differenz zwischen dem ersten und zweiten Gliede dividirt, und dazu das letzte Glied addirt.

Weil aber in einer ohne Ende fallenden Progression das letzte Glied immer = 0 ist, so ist nur das Quadrat des ersten Gliedes, durch die Differenz des ersten und zweiten zu dividiren. So hat Bellidor Architecture Hydraulique T 1. L 1. C. 2. n. 242 durch Summirung einer unendlichen Reihe das Gewicht am Zapfen gefunden, welches der Friktion gleich ist, die von einer Wage, von daran angebrachten Gewichten und von ihm selbst hervorgebracht wird. Die ersten Glieder der Progression sind 40, 13 $\frac{1}{3}$ . . . also die Summe $= 1600 : \frac{80}{3} = \frac{1600 . 3}{80} = 60$.

26. Ein Kapital = a wird zu c pro Cent unter der Bedingung angelegt, daß seine jährlichen Zinsen allemal dazugeschlagen, und von dem so vermehrten Kapital Zinsen gerechnet werden;

wie groß ist die Summe, auf welche es nach n Jahren angewachsen ist?

Siehe Abhandlung über die Zinsrechnung von Franz Rodesch, Professor der Mathematik in Lemberg. Lemberg gedruckt bei Johann Joseph Piller 1800. H. Professor, mein gewester Schüler, der diese Materie ganz erschöpft hat, ist einer derjenigen meiner Zöglinge, die ich meine Wonne und meine Krone zu nennen pflege.

Aus der Geometrie.

27. Wenn die Seiten eines Dreieckes a, b, c, und die ihnen entgegengesetzten Winkel A, B, C; eines andern Dreieckes aber Seiten d, e, f, Winkel D, E, F, heißen; so ist ein Dreieck dem andern gleich und ähnlich, wenn $a = d$, $b = e$, u. $C = F$, oder $c = f$, und $A = D$, dann $B = E$, oder $a = d$, $b = e$, $c = f$ ist.

28. Der äußere Winkel eines Dreiecks ist größer als jeder innere entgegengesetzte. So auch A ist $> B$, wenn $a > b$, und umgekehrt. In jedem Dreiecke sind zwo Seiten größer als die dritte.

29. Wenn in zwei Dreiecken zwo Seiten gleich, und die eingeschlossenen Winkel ungleich sind, so ist die dritte Seite größer, die dem größern Winkel gegenüber steht, als die dritte dem kleinern entgegengesetzte, und umgekehrt.

30. Wenn über der Seite c eines Dreiecks innerhalb desselben ein anderes gebildet wird, dessen Schenkel α, β, und der eingeschlossene Winkel D heißen: so ist $D > C$, und $a + b > \alpha + \beta$.

31. Die Eigenschaften der gleichlaufenden Linien darzuthun.

32. In jedem geradlinichten Dreiecke sind $A + B + C = 2 R$; wo R einen rechten Winkel bedeutet.

Hieraus lassen sich viele wichtige Wahrheiten folgern.

33. Wenn eines Vielecks Seiten n, alle innere Winkel i heißen, so sind $i = 2 R (n - 2)$; die äußern aber $a = 4 R$.

34. Parallelogrammen zwischen einerlei Parallelen, und über einer Grundlinie sind gleichen Inhalts.

Aus dem Umfange läßt sich auf den Inhalt einer Figur nicht schließen.

35. Dreiecke sind gleichen Inhalts, wenn ihre Spitzen in einer Parallele mit der gemein=

schaftlichen Grundlinie liegen. Und umgekehrt, wenn Dreiecke über einer Grundlinie gleichen Inhalt haben, so ist jene Linie, die durch ihre Spitzen gezogen wird, mit der Grundlinie parallel.

36. Ein Parallelogramm zu machen, das einem gegebenen Dreiecke gleich ist.

Das Parallelogramm soll einen gegebenen Winkel, und eine gegebene Seite haben.

37. Jede geradlinichte Figur in ein Parallelogramm zu verwandeln.

Man wird auch die Aufgabe durch die Summirung der Dreiecke, aus welchen die Figur besteht, auflösen.

38. In einem rechtwinklichten Dreiecke ist der Hypothenuse Quadrat so groß, als die Summe von den Seitenquadraten.

Man wird fünf verschiedene Beweise dieses wichtigsten Satzes geben.

39. Wenn in einem Dreiecke das Quadrat einer Seite den Quadraten der übrigen gleich ist, so ist der Winkel recht, der jener Seite gegenüber steht.

Ist das Quadrat einer Seite grösser als die Summe der Quadrate der übrigen, so ist der ihr gegenüber stehende Winkel stumpf: ist es kleiner, so ist er spizig.

40. Ein Quadrat zu machen, das der Summe oder Differenz zweier Quadrate gleich ist.

41. Ein Perpendikel aus eines Kreises Mittelpunkte auf eine Sehne gefällt halbirt sie. Eine Linie, die aus dem Mittelpunkte gezogen die Sehne halbirt, steht auf ihr senkrecht. Eine Linie, die durch das Mittel einer Sehne senkrecht auf sie gezogen wird, geht durch den Mittelpunkt.

Durch drei gegebene Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen, einen Kreis zu beschreiben. Drei Punkte bestimmen einen Kreis, sowohl der Lage, als der Größe nach; zwei Punkte bestimmen eine gerade Linie nur der Lage nach, wenn sie nicht ihre Endpunkte sind.

42. Sehnen vom Mittelpunkte gleich entfernt, sind gleich, und umgekehrt. Die entferntere ist kleiner, und umgekehrt.

43. Durch einen gegebenen Punkt sowohl in der Peripherie, als auch außer dem Kreise eine Tangente des Kreises zu ziehen.

44. Ein Winkel am Mittelpunkte ist noch einmal so groß, als ein Winkel am Umfange, wenn beide auf dem nämlichen Bogen stehn.

Geradlinichter Winkel im halben Kreise ist recht, im kleinern Abschnitte stumpf, im größern spitzig; vermischtlinichter Win-

kel im kleinern Abschnitte spitzig, im grö-
ßern stumpf, folglich im halben Kreise
recht. Also dem geradlinichten, der von
der Tangente, und dem Durchmesser ge-
bildet wird, gleich; obschon dieser um den
Berührungswinkel größer zu seyn scheint.

45. Ein Kreis sey in lauter gleiche Bögen an der Zahl n getheilt; man verlangt die Winkel zu wissen, welche von den Sehnen gebildet werden.

Alle die Winkel sind einander gleich; weil aber auch die Sehnen gleich sind, so kann man dadurch in ihm ein ordentliches Vieleck von n Seiten beschreiben.

46. Ein ordentliches Vieleck in und um einen Kreis zu beschreiben.

Gleichseitiges Dreieck, Quadrat, ordentliches Fünfeck, Sechseck und Fünfzehneck lassen sich in einen Kreis geometrisch, d. i. vermittelst des Lineals und Zirkels beschreiben.

47. Die Zahl der Seiten sey gerade; oder $n = 2\ m$; so ist der Centriwinkel $= \frac{360}{2\ m} = \frac{180}{m}$; also machen m Centriwinkel 180°, oder das Polygon wird durch die Durchmesser, die zugleich Diagonalen sind, in ähnliche Hälften getheilt.

48. Jedes in einem Kreis beschriebene ordentliche Vieleck ist gleich einem Dreiecke, dessen Höhe das Loth aus dem Mittelpunkte auf eine Seite gefällt, und die Grundlinie so groß als der Umfang ist.

Hieraus sieht man, wem ein Kreis ebenfalls gleich sey.

49. Dreiecke von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundlinien und umgekehrt.

Dieser Satz gilt auch von Parallelogrammen.

50. Wenn in einem Dreiecke eine Linie mit der Grundlinie gleichlaufend geht, so theilt sie die Schenkel in proporzionirte Theile; und umgekehrt.

Jene Linie, welche einen Winkel eines Dreiecks halbirt, theilet die gegenüberstehende Seite in proporzionirte Theile den daran liegenden Schenkeln, und umgekehrt.

51. Wenn in zwei Dreiecken entweder alle Winkel einander gleich, oder alle drei Seiten proporzionirt, oder zwei Seiten proporzionirt und die von ihnen eingeschlossenen Winkel gleich sind; so sind sie ähnlich.

52. Eine Linie in eine gegebene Menge gleicher Theile zu theilen.

53. Zu drei gegebenen Linien die vierte,

und zu zwo Linien die dritte; endlich auch zwischen zwo Linien eine mittlere Proporzionallinie zu finden.

54. Eine gerade Linie nach dem äußersten und mittelsten Verhältnisse zu theilen.

55. Wenn aus einem Punkte außer dem Kreise eine Tangente und Sekante gezogen wird, so ist die Tangente die mittlere Proporzionallinie zwischen der ganzen Sekante, und ihrem äußern Segmente.

Zwo Sekanten aus dem nämlichen Punkte außer dem Kreise gezogen, verhalten sich verkehrt wie ihre äußern Segmente; welcher Satz zur Auflösung jener trigonometrischen Aufgabe: aus drei gegebenen Seiten eines Dreiecks die Winkel zu finden, nothwendig ist.

56. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen.

57. Eine Weite zu finden, die man unmittelbar nicht messen kann.

58. Die Größe eines Winkels auf dem Felde in Graden zu finden, und einen Winkel von eben so viel Graden auf Papier zu verzeichnen.

59. Eine Höhe zu finden, man mag zu ihrem Ende kommen, oder nicht kommen können.

60. Zwo ähnliche Figuren werden durch gleichnamige Diagonallinien in ähnliche Dreiecke getheilt und umgekehrt.

61. Eine Figur in Grund zu legen.

Ichnographiam areæ perficere.

Die Trigonometrie zeigt, was für Fehler in die Seiten aus den Winkeln und umgekehrt fliessen können, und wie man dieses beim Feldmessen zu brauchen hat. Denn da unsere Messungen alle nur beinahe wahr sind, so wissen wir nichts, wenn wir nicht wissen, wie viel wir fehlen können. Wer also die ausübende Geometrie gehörig treiben will, muß sich um diese theoretischen Kenntnisse bekümmern, rc. Kästner S. 290.

62. Den Flächeninhalt eines Quadrats, eines Rechtecks und eines schiefwinklichten Parallelogramms wie auch eines Dreieckes zu finden.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreiecke die Katheten als Höhe und Grundlinie gleich sind, so ist die Hypothenus irrazional, folglich hat sie mit ihnen kein gemeinschaftliches Maaß; wie z. B. die Diagonal eines Quadrats.

63. Alle Irrazionalzahlen, welche durch die Ausziehung der Quadratwurzel aus einem unvollkommenen Quadrate entstehen, durch Linien darzustellen.

64. Jedes sowohl ordentliche, als unordentliche Vieleck auszurechnen.

65. Jede geradlinichte Figur in einige gleiche Theile einzutheilen.

66. Den Inhalt eines Dreiecks aus allen bekannten Seiten ohne die Höhe zu finden.

67. Jede Figur in ein Quadrat zu verwandeln.

Dessentwegen nennt man die Erfindung des Inhalts einer Fläche ihre Quadratur; besonders ist dieser Name vom Kreise und krumlinichten Flächen gewöhnlich.

68. Alle Dreiecke verhalten sich, wie die Produkte aus ihren Höhen in die Grundlinien; sind aber Dreiecke ähnlich, so sind die Höhen ihren Grundlinien proporzionirt; folglich verhalten sich ähnliche Dreiecke wie die Quadrate der gleichnamigen Seiten.

So verhalten sich auch ähnliche Vielecke.

69. Wenn der Halbmesser eines Kreises und die Seite eines ordentlichen Vielecks, welches in ihm oder außer ihm beschrieben werden soll,

gegeben sind, die Seite des Vielecks, das noch einmal so viel Seiten hat, zu finden.

70. Die Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie zu finden.

71. Alle Kreise sind ähnliche Figuren.

72. Ein Kreis ist gleich einem Dreiecke, dessen Grundlinie die Peripherie und die Höhe der Halbmesser ist.

73. Wenn die Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie $= 1 : \Pi$, der Durchmesser eines bestimmten Kreises $= d$, der Inhalt $= a$, eines andern aber Durchmesser $= \delta$, der Inhalt α ist, so ist $a = \frac{\Pi d^2}{4}$, und $\alpha = \frac{\Pi \delta^2}{4}$.

Hieraus ist $a : \alpha = d^2 : \delta^2$; und auch $d^2 : a = 4 : \Pi$; setzt man nun $\Pi = \frac{314}{100}$, so ist $d^2 : a = 1000 : 785$.

Aeneas Sylvius behauptet in seiner Historia de Bohemorum origine ac gestis. C. I. Regionis longitudo, latitudoque pene parem formam rotundam ferunt, cujus diameter trium dierum itinere expedito pateat. Nimmt man nun an: daß in zwo Stunden eine Meile zurückgelegt wird; so ist der Durchmesser Böhmens $= 36$ Meilen. Folglich der Flächeninhalt $a = \Pi. 324 = \frac{214. 324}{100} =$ 1017,36 Quadratmeilen.

Nach Büschings Meinung: neue Erdbeschreibung 3ter Thl. S. 100, beträgt die Grösse Böhmens (das rund umher mit hohen Gebirgen umgeben ist) höchstens 900 deutsche Quadratmeilen; also müßte der Durchmesser $= \sqrt{\frac{1000.900}{785}} = 34$ Meilen beinahe seyn.

Ich nehme für den Durchmesser Böhmens das arithmetische Mittel zwischen 36 und 34 an, um Balbins Angabe zu befolgen. Seine Worte Miscell. Dec. 1. lib. 1. Cap. II. sind nachfolgende: Qua ratione igitur dices metienda est Bohemiæ amplitudo? respondeo cum consensu Chorographorum omnium, Bohemia rotunda, & orbicularis sit figuræ, cumque diametrum Bohemiæ esse triginta quinque & amplius milliarium inter omnes constet, habebit igitur Bohemia proportionem, quam diameter ad circuli circumferentiam; secundum Archimedem $7 : 22 = 35 : 110$; tot nempe milliarium est ejus ambitus; area vero $a = \frac{\Pi d^2}{4} = \frac{22.\ 35.\ 35}{4.\ 7} = \frac{11.\ 35.\ 5}{2} = 962\frac{1}{2}$.

In der angeführten Stelle bestreitet Balbin die Meinung des oben genannten Aneas Sylvius, daß Böhmens Durchmesser sich bin=

nen drei Tagen zurücklegen lasse; Balbin nämlich muthet dem Sylvius zu: er habe nur Tage ohne den Nächten verstanden; ich setze den Tag 24 Stunden gleich.

Der k.k. Astronom H. David giebt den Kreisbogen, welcher ganz Böhmen von der südlichen bis zur nördlichen Gränze einschließt, an = 2° 28′46″, oder 37 deutsche Meilen und 23 Minuten. Den Bogen des größten Kreises aber von der östlichen bis zur westlichen Gränze 4°27′25″ welcher unter dem Parallelkreise, der Marien- und Annaberge 43 deutsche Meilen beträgt. So ist freilich Böhmen kein geometrischer Kreis, wie auch unser Erdball keine geometrische Kugel ist. Siehe geographische Ortsbestimmungen v. H. Aloys David.

74. Einen Kreis zu finden, der der Summe oder Differenz zweier gegebenen Kreise gleich ist.

75. Einen Ausschnitt, wie auch einen Abschnitt eines Kreises zu berechnen.

76. Eines Kreises Fläche ist größer, als der Inhalt jenes Quadrats, das mit ihm gleichen Umfang hat.

Unter allen Figuren, die gleichen Umfang haben, hat der Kreis die größte Fläche. Eine ordentliche Figur ist größer als eine unordentliche, und jene ordentliche, die mehr Seiten hat) größer als welche ihrer weniger hat, wenn beide von gleichem Umfange sind.

77. Den Raum zwischen zwei konzentrischen Kreisen zu finden.

78. Wenn zwei ähnliche Kreisbögen A, a, ihre Halbmesser R, r, Winkel, die von ihnen gemessen werden, W, w heißen, so hat man A : a = W R : w r.

Aus der Stereometrie.

---

79. Zur Bildung eines körperlichen Winkels sind wenigstens drei ebene Winkel nothwendig, deren zwei zusammengenommen immer größer sind als der dritte.

80. Die ebenen Winkel, aus denen eine Ecke besteht, machen allemal zusammen weniger als vier rechte.

81. Es giebt fünf ordentliche Körper und mehrere sind unmöglich.

82. Prismatische und Pyramidalkörper auszurechnen; das ist: sowohl ihre Oberflächen, als Kubikinhalte zu finden.

83. Zwei Prismata verhalten sich wie die Produkte aus ihren drei Ausmessungen; sind sie aber ähnlich, so verhalten sie sich wie die Würfel ihrer gleichnamigen Ausmessungen.

Ein Kreis, dessen Halbmesser die mittlere Proporzionallinie zwischen dem Durchmesser der Grundfläche eines Zylinders und seiner Höhe ist, gleicht der runden Seitenfläche. Ist aber sein Halbmesser die mittlere Proporzionallinie zwischen dem Halbmesser der Grundfläche und der Seite eines Kegels, so ist er gleich der runden Seitenfläche dieses senkrechten Kegels.

84. Einen zylindrischen Visirstab zu verfertigen und anzuwenden.

85. Eine abgekürzte Pyramide zu berechnen, sowohl ihrer Oberfläche, als dem Kubikinhalte nach.

86. Wenn die Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie: $1 : \Pi$, der Durchmesser einer Kugel $= d$, die Kugel selbst $= S$ ist; so hat man $S = \frac{2 \Pi d^3}{12} = \frac{\Pi d^3}{6}$. Ist ferner die Oberfläche derselben $= x$; so hat man ebenfalls $S = \frac{x d}{6}$; folglich $\Pi d^3 = xd$, oder $\Pi d^2 = x$; d. i. die Oberfläche jeder Kugel ist viermal so groß als der größte Kreis.

87. Jener Kreis, dessen Halbmesser so groß ist, als der Durchmesser einer Kugel, ist ihrer Oberfläche gleich.

Weil eine Kugel $S = \frac{\Pi\, d^3}{6}$, eine andere $s = \frac{\Pi\, \delta^3}{6}$ (deren Durchmesser nämlich δ ist) so hat man $S : s = d^3 : \delta^3$; ihre Oberflächen aber verhalten sich wie $d^2 : \delta^2$, dann aus $S = \frac{\Pi\, d^3}{6}$ bekömmt man $6\, S = \Pi\, d^3$ und $d^3 : S = 6 : \Pi = 6 : \frac{314}{100} = 600 : 314 = 300 : 157$. So auch $S : n\, S = d^3 : x^3$; also $x = \sqrt[3]{n\, d^3}$, worauf sich die Verfertigung des Kaliberstabes gründet.

88. Cylinder verhält sich zu Kugel und Kegel, die innerhalb desselben beschrieben sind, wie 3, 2, 1.

Ein allgemeines Verfahren jedes auch noch so unordentlichen Körpers Inhalt vermittelst Wassers oder Sandes zu finden, gehört mehr in die Mechanik als in die Geometrie, und zu seiner Nachahmung lassen sich noch andere, z. E. durch Abwägen erfinden. Kästner.

Aus der ebenen Trigonometrie.

89. Der Sinus von 30° ist halb so groß als der Halbmesser oder Sin. tot.

90. Der Sinus von $45° = \sqrt{\frac{2r^2}{2}}$; wenn r der Halbmesser ist.

91. Zwei Bögen, die sich einander zum halben Kreise ergänzen, haben gleiche Sinus.

92. Aus dem gegebenen Sinus totus und dem Sinus eines Bogens seinen Cosinus und den Quersinus zu finden.

Zwei Bögen, die einander zum halben Kreise ergänzen, haben gleiche, aber entgegengesetzte Cosinus.

93. Die Tangente des Bogens von 45° ist gleich dem Halbmesser; von 90° aber unendlich.

94. Die Sekante, Kotangente und Kossekante zu erklären.

95. Die trigonometrischen Linien verhalten sich bei ähnlichen Bögen wie die Halbmesser.

96. Den Sinus der Summe oder Differenz zweier Bögen, deren Sinus bekannt sind, zu finden.

97. In einem rechtwinklichten Dreiecke ist jeder Kathet Sinus des gegenüberstehenden Winkels, wenn die Hypothenus zum Halbmesser angenommen wird, und sie wird eine Sekante seyn, wenn ein Kathet Halbmesser, und folglich der andere die Tangente des gegenüberstehenden Winkels ist.

Hieraus läßt sich jedes rechtwinklichte Dreieck trigonometrisch auflösen.

98. In einem gleichschenklichten Dreiecke aus den gegebenen Dingen die übrigen zu finden.

99. In jedem Dreiecke verhalten sich die Seiten wie die Sinus der gegenüberstehenden Winkel.

100. Aus einer Seite and zween Winkeln die übrigen Seiten zu finden.

So fand Carsten Niebuhr im Jahre 1761 zu Alexandrien die Höhe der sogenannten Colonne Pompeji = 88', 10''. Die Grundlinie nahm er 77' an, an dem Ende der Grundlinie war der Winkel bis zum Capitäl 48°, 50'. Der Horizont des Instruments an dem Piedestal der Colonne 10''. Siehe seine Reisebeschreibung nach Arabien und andern umliegenden Ländern. Erster Band S. 48. Aehnliche Aufgaben kommen S. 99, 125, 195 &c. vor.

101. Aus zwo Seiten und einem Winkel, der einer gegebenen Seite gegenübersteht, die Winkel zu finden.

102. In jedem Dreiecke verhält sich die Summe der Schenkel zu ihrer Differenz, wie die Tangente der halben Summe der Winkel an der Grundlinie zur Tangente der halben Differenz derselben.

103. Aus zween Schenkeln eines Dreiecks und dem eingeschlossenen Winkel die übrigen beiden zu finden.

104. Wenn man aus dem Scheitel eines Dreiecks ein Loth auf die Grundlinie fällt; so verhält sich die Grundlinie zu der Summe der Schenkel, wie ihre Differenz zu der Differenz der Segmente der Grundlinie, die durch das Loth entstanden sind.

105. Aus allen drei Seiten eines Dreiecks die Winkel zu finden.

106. Die Verhältniß der Seite eines ordentlichen Vielecks zum Halbmesser zu bestimmen.

Wenn die Seite = b, der Halbmesser = a, Sinus totus = r, der Centriwinkel = v ist, so hat man $b = \frac{2\,a\,\text{Sin.}\,\frac{v}{2}}{r}$. Ist nun das Vieleck ein Sechseck, so ist Sin. $\frac{v}{2} = \frac{r}{2}$ folglich $b = a$.

107. Die Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie zu finden.

108. Aus zwo gegebenen Seiten und dem eingeschlossenen Winkel den Inhalt des Dreiecks zu finden.

Aus der Theorie der Kegelschnitte.

109. Wenn der Parameter einer Parabel a, die rechtwinklichten Coordinaten y, x heißen, so hat man $y^2 = a x$.

Hieraus $a : y = y : x$; welches die Art angiebt, jeden Punkt der Parabel geometrisch zu bestimmen.

110. Die Parabel wird von der Axe in ähnliche Hälften getheilt, und erreichet die Axe nur in dem Scheitel.

111. Die Quadrate der Ordinaten verhalten sich wie die Abscissen.

112. Die Brennweite zu finden.

113. Die Entfernung des Brennpunkts von jedem Punkte der Parabel ist $= x + \frac{a}{4}$.

Hieraus läßt sich auf eine andere Art jeder Punkt der Parabel geometrisch bestimmen.

114. Die Entfernung jedes Punkts der Parabel vom Brennpunkte und von der Direktrix sind einander gleich.

115. Durch einen gegebenen Punkt der Parabel eine Tangente zu ziehen.

Die Subtangente ist doppelt so groß als die Abscisse.

116. Der Durchschnitt der Tangente mit der verlängerten Axe, der Berührungspunkt, und der Durchschnitt der Normal mit der Axe sind vom Brennpunkte gleich weit entfernt.

117. Alle Lichtstrahlen, welche mit der Axe gleichlaufend auf einen parabolischen Hohlspiegel einfallen, werden von ihm in den Brennpunkt zurükgeworfen.

118. Für die Ellipse ist bei rechtwinklichten Coordinaten $y^2 = b\,x - \frac{b\,x^2}{a}$, wo b den Parameter, a die größere Axe bedeutet.

Man wird diese Gleichung geometrisch konstruiren.

119. Die Ellipse hat eine endliche Axe, von der sie in ähnliche Hälften getheilet wird.

120. Die kleine Axe ist $= 2y = \sqrt{ab}$, also beständig; nennt man sie nun c, so ist $c^2 = ab$; und $b = \frac{c^2}{a}$; folglich auch $y^2 = \frac{c^2 x}{a} - \frac{c^2 x^2}{a^2}$.

Die Quadrate der Ordinaten in einer Ellipse wie auch in einem Kreise verhalten sich wie die Rechtecke aus den Abscissen.

121. Eine Gleichung für die Ellipse zu finden, wenn die Abscissen aus dem Mittelpunkte gerechnet werden; sie ist: $y^2 = \frac{c^2}{4} - \frac{u^2 c^2}{a^2}$.

Die kleine Axe theilet ebenfalls die Elipse in ähnliche Hälften.

122. Wenn die Abscisse aus dem Mittelpunkte gerechnet $= u$ ist, so hat man $y^2 = \frac{c^2}{4} - \frac{c^2 u^2}{a^2}$; hieraus aber $u^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 y^2}{c^2}$; eine

Gleichung für die Ellipse, wenn die Ordinate auf die kleinere Axe gezogen u, die Abscisse aber darauf aus dem Mittelpunkte gerechnet ist.

Also $u = \pm a \sqrt{\left(\frac{1}{4} - \frac{y^2}{c^2}\right)}$; es sey nun $a = mc$: so wird man haben $u = \pm m \sqrt{\left(\frac{c^2}{4} - y^2\right)}$; setzt man ferner $c = 2$, so wird erfolgen $u = \pm m \sqrt{(1 - y^2)}$ eine Gleichung, deren sich Maupertuis gebraucht in seinem Werke. Fig. de la Terre lv. I. Sec. Part, ch. 9.

123. Wenn man die Gleichungen n. 121, und n. 122 gegeneinander hält, so sieht man, daß eine aus der andern entsteht, wenn die Axen und Coordinaten verwechselt werden.

Sind die Axen gleich, so hat man $y^2 = \frac{a^2}{4} - u^2$, die Gleichung für einen Kreis.

124. Wenn man über der größern Axe einen Kreis beschreibt, so verhält sich jede Ordinate desselben zur gleichnamigen Ordinate der Ellipse, wie die größere Axe zu der kleinern; in einem Kreise aber, der über der kleinern Axe beschrieben ist, wie die kleinere Axe zu der größern.

Heißt nun der erste Kreis K, der zweite k, die Ellipse E, so hat man $K : E = a : c$, und $k : E = c : a$, folglich $\sqrt{Kk} = E$; und $\frac{ac}{4} \Pi = E$; woraus $1 : \Pi = \frac{ac}{4} : E$.

125. Den Brennpunkt zu finden.

Jede Ellipse hat zween Brennpunkte.

126. Weil die Brennweite von dem Mittelpunkte $e = \pm \sqrt{\frac{(a^2 - c^2)}{2}}$; und $\frac{c}{2}$ die halbe vereinigte Axe ist, so ist die Entfernung des Brennpunktes von dem Endpunkte der vereinigten Axe $= \frac{a}{2}$.

Hieraus lernt man aus beiden gegebenen Axen die Brennpunkte zu bestimmen.

127. Die Summe der Linien, welche aus beiden Brennpunkten zu einem Punkte der Ellipse gezogen werden, beträgt die größere Axe.

Hieraus lassen sich aus zween gegebenen Stücken der größern Axe, und den Brennpunkten vier Punkte der Ellipse geometrisch bestimmen, wie auch die Ellipse vermittelst eines Fadens mit ununterbrochenem Zuge beschreiben.

128. Durch einen gegebenen Punkt der Ellipse eine Tangente zu ziehen.

Alle Licht = und Schallstrahlen, die aus einem Brennpunkte eines elliptischen Hohlspiegels oder Gewölbes ausgehen, werden von dem Spiegel oder Gewölbe in den andern Brennpunkt geworfen. Das Beispiel davon giebt das Gewölbe in der von Jesuiten zu Prag erbauten St. Klemenskirche.

129. Wenn man aus beiden Brennpunkten auf die Tangente Lothe fällt, so geht der Kreis über der größern Axe beschrieben durch ihre Endpunkte.

130. Wenn 2 Bogen, einer elliptisch, der andere parabolisch, einen Scheitel und beide einerlei Parameter haben, zugleich aber derselben Abscisse zukommen, so werden ihre Ordinaten desto weniger unterschieden seyn, je grösser die Axe der Ellipse ist, wenn alles übrige ungeändert bleibt.

Bei einer sehr excentrischen Ellipse ist der Bogen zunächst um ihren Brennpunkt nicht allzusehr von dem Bogen einer Parabel, die eben den Brennpunkt hätte, unterschieden; daher darf man das Stück der Kometenbahn, in welchem er uns sichtbar ist, für parabolisch annehmen, welches die Rechnung erleichtert. Kästners Astronomie n. 306.

131. Wenn die Axen zwoer Ellipsen proporzionirt sind, so sind sie ähnlich.

Die Axen einer Ellipse seyen a, c, der andern α, γ, die Parameters b, β. Ist nun $a : \alpha = c : \gamma$; so ist auch $a : \alpha = b : \beta$; denn $b = \frac{c^2}{a}$; und $\beta = \frac{\gamma^2}{\alpha}$; also $b : \beta = a : \alpha$. Und wenn die Abscissen sich wie die Axen verhalten, verhalten sich die Ordinaten eben so.

132. Alle Parabeln sind einander ähnlich, und alle Linien, deren Gleichung nur eine beständige Grösse enthält.

Z. B. In einem Kreise sey $y^2 = ax - x^2$; in einem andern $z^2 = \alpha u - u^2$; es sey aber $x : u = a : \alpha$, folglich wird seyn $u = \frac{\alpha x}{a}$, und $u^2 = \frac{\alpha^2 x^2}{a^2}$, also $z^2 = \frac{\alpha^2 x}{a} - \frac{\alpha^2 x^2}{a^2}$, oder $z^2 = \frac{\alpha^2}{a^2}(ax - x^2)$; oder $z^2 = \frac{\alpha^2 y^2}{a^2}$; oder $z = \frac{\alpha y}{a}$, woraus $a : \alpha = y : z$.

133. Bei der Hyperbel ist für rechtwinklichte Coordinaten $y^2 = bx + \frac{bx^2}{a} = \frac{bx}{a}(a + x)$.

Man wird diese Gleichung geometrisch konstruiren.

134. Man kann die Hyperbel als eine Ellipse, deren Axe verneint wäre, ansehen.

135. Die Hyperbel geht mit zween unendlichen Schenkeln, die immer weit auseinander gehen, längst der Axe fort.

136. Die Quadrate der Ordinaten verhalten sich wie die Rechtecke aus den Abscissen in die Summen aus den Abscissen und der Zwerchaxe.

137. Die Hyperbel ist eine Ellipse, deren vereinigte Axe in dem Mittelpunkte unmöglig wäre.

138. Wenn die Abscissen aus dem Mittelpunkte gerechnet werden, eine Gleichung für die Hyperbel zu finden.

139. Die Brennweite bei einer Hyperbel zu finden.

140. Die Differenz der Linien, die aus beiden Brennpunkten zu einem Punkte der Hyperbel gezogen werden, beträgt die Zwerchaxe.

141. Was ist eine Asymptote?

142. Die Differenz zwischen dem Quadrate der verlängerten Ordinate bis zur Asymptote und dem Quadrate der Ordinate, ist gleich dem Quadrate der halben vereinigten Axe.

143. Die Asymptote nähert sich immer dem Schenkel der Hyperbel mehr, je weiter man beide verlängert, uud kann sie doch nie erreichen.

Ein Bild davon ist die Wurzel aus einem unvollkommenen Quadrate gezogen; sie kann sich der wahren immer nähern, ohne sie je zu erreichen.

144. Die Gleichung für eine Hyperbel zwischen den Asymptoten zu finden.

Alle Hyperbeln zwischen dem nämlichen asymptotischen Winkel sind einander ähnlich.

145. Die Gleichung für eine gleichseitige Hyperbel zu finden.

Aus den Anfangsgründen der Differenzial- und Integralrechnung.

146. Nachstehende Funkzionen zu differenziren: ax, xy, xyz, y^2, y^3, y^m, $\sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x}$, $\sqrt[m]{y}$, $\frac{x}{a}$, $\frac{a}{x}$, $\frac{x}{y}$.

147. Den Differenzialausdruck für jede Subtangente und Subnormal zu finden.

148. Die Subtangente und Subnormal bei einer Parabel zu finden.

149. Die größte Ordinate eines Kreises oder einer Ellipse zu finden.

150. $S a\,dx = ax$; $S\,2\,y\,dy = y^2$ &c.

151. Den Flächeninhalt eines Dreiecks, eines Kreises, wie auch jenes Raums zu finden, der mit einem parabolischen Bogen, einer Abscisse und Ordinate begränzt ist.

152. Die runde Fläche eines senkrechten Kegels und die Kugelfläche durch Integralrechnung zu finden.

153. Den Kubikinhalt eines Kegels, und den einer Kugel zu finden.

154. Die krumme Linie zu finden, deren Subtangente $= \frac{2y^2}{a}$ ist.

Aus der Mechanik.

155. Wenn die Erde eine Kugel ist, so stossen alle Richtungen der Schwere in ihrem Mittelpunkte zusammen; doch sind sie für die Sinne in mittelmässigen Höhen und Entfernungen parallel.

156. An einem Hebel sowohl der zweiten als der ersten Art ist eine einfache Kraft in einer doppelten Entfernung vom Ruhepunkte, mit einer doppelten Kraft in einer einfachen Entfernung im Gleichgewichte.

157. Wenn der einfachen Kraft P ihre Entfernung n A C, und der n P Kraft ihre Entfernung A C ist, unter diesen Umständen aber P, und n P im Gleichgewichte sind, so wird auch ein Gleichgewicht an demselben Hebel der zweiten Art zwischen den Kräften seyn, deren eine = P,

die andere $(n+1)$ P ist, wenn ihre Entfernungen $(n+1)$ AC, und AC sind.

Also ist eine dreifache Kraft in einer einfachen Entfernung, mit einer einfachen Kraf in einer dreifachen Entfernung im Gleichgewichte. ꝛc.

158. Wenn die Entfernungen zweier Gewichte sich so wie zwo ganze Zahlen m : n verhalten, und in der verkehrten Verhältniße der Gewichte sind, so entsteht zwischen diesen ein Gleichgewicht.

Jede Razionalverhältniß läßt sich auf die Verhältniß zwoer ganzer Zahlen, wie auch jede Irrazionalverhältniß auf eine ihr beinahe gleiche Razionalverhältniß bringen; also sind an jedem Hebel Kräfte im Gleichgewichte, wenn sie sich verkehrt wie ihre Entfernungen verhalten.

159. Was ist ein statisches und was ein mechanisches Moment?

160. Es sind ein paar Kräfte nebst den Stellen gegeben, wo sie am Hebel angebracht sind. Man verlangt den Ort der Unterlage für das Gleichgewicht.

161. Zwei Gewichte haben nur einen Ort

der Unterlage fürs Gleichgewicht, in welchem sie zugleich, als ihrem Schwerpunkte, vereinigt sind.

162. Das Moment der Summe zweier in dem Schwerpunkte vereinigten Gewichte ist gleich der Summe der Momente der einzelnen an ihren Stellen befindlichen Gewichte.

Wenn ein Hebel mit mehreren Gewichten beschwert ist, so ist der Abstand ihres gemeinschaftlichen Schwerpunkts von dem Umdrehungspunkte gleich der Summe der Momente aller Gewichte, dividirt durch die Summe aller Gewichte.

163. Den Schwerpunkt einer geraden Linie durch Integralrechnung zu finden.

164. Den Schwerpunkt des Umfangs eines Dreiecks zu finden.

165. Der Schwerpunkt eines Dreiecks ist um $\frac{2}{3}$ seines Schwerdurchmessers von der Spitze entfernt.

Man wird diese Wahrheit sowohl durch die Elementargeometrie, als durch die Integralrechnung darthun.

166. Den Schwerpunkt jeder unordentlichen Figur zu finden.

167. Den Schwerpunkt eines Kreisbogens findet man durch folgende Proporzion: wie sich seine Länge zu seiner Sehne verhält, so verhält sich der Halbmesser zum Abstande des Schwerpunkts von dem Mittelpunkte, welcher Abstand in jenem Halbmesser zu nehmen ist, der den Bogen halbirt.

168. Den Schwerpunkt eines Zirkelausschnitts, wie auch Abschnitts zu finden.

169. Der Schwerpunkt einer dreieckigten und folglich auch jeder vieleckigten Pyramide ist um $\frac{3}{4}$ des Schwerdurchmessers von der Spitze entfernt.

170. Der Schwerpunkt einer halben Kugel ist von dem Mittelpunte derselben um $\frac{3}{8}$ des auf der Grundfläche senkrechten Halbmessers entfernt.

Dies wird auch durch die Integralrechnung dargethan.

171. Den Schwerpunkt eines jedweden Körpers mechanisch zu bestimmen.

172. Wie lautet die Guldinsregel?

173. Durch die Guldinsregel den Flächen-

inhalt eines Rechtecks, eines Kreises, die runde Fläche eines senkrechten Cylinders und Kegels, wie auch die Kugelfläche zu finden.

174. Vermittelst dieser Regel den Kubikinhalt eines Cylinders, Kegels und Kugel zu bestimmen.

175. Zu finden, wie dick die Mauern bei Festungswerken seyn müssen, welche sowohl auf der vordern, als auf der hintern Seite bleirecht aufgeführt sind, wenn sie durch ihre Schwere der Gewalt, welche sie leiden, das Gleichgewicht halten sollen.

176. Zu finden, wie dick die Mauern, welche auf der einen Seite bleirecht aufgeführt sind, auf der andern aber eine Abdachung haben, oben seyn müssen, wenn sie durch ihren Widerstand mit der Kraft, welche sie umzustoßen sucht, im Gleichgewichte seyn sollen.

177. Die Berechnung eines physikalischen Hebels; er mag von der ersten, oder zweiten Art seyn.

178. Was sind äußere Kräfte und die mittlere Kraft?

179. Wenn die äußern Kräfte dieselben sind, so entsteht aus ihnen eine grössere mittlere Kraft, wenn ihr Konspirazionswinkel kleiner ist.

Jede Kraft läßt sich auf unzählige Arten in zwo äußere zerlegen, und unzählige Kräfte lassen sich auf eine einzige bringen.

180. Die äußern Kräfte lassen sich in zwei Paare zerlegen, ein Paar entgegengesetzte gleiche, die sich aufheben, und ein Paar der mittlern parallele, die zusammen der mittlern gleich sind.

181. Die äußern Kräfte verhalten sich verkehrt wie die Sinus der Winkel, welche sie mit der mittlern bilden.

182. Aus den äußern Kräften und dem Konspirazionswinkel die mittlere Kraft zu finden.

183. Wenn die äußern Kräfte p, q, die mittlere f, der Konspirazionswinkel α heißen, so hat man $q^2 + 2\,pq\,\mathrm{Cos}\,\alpha + p^2 = f^2$.

Hieraus wird man viele wichtige Zusätze folgern.

184. Lehnsatz: $\text{Cos.}\,\alpha = 2\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha^2}{4} - 1.$

Ist nun $q = p$; so hat man $2\,p^2 + 2\,p^2\,\text{Cos.}\,\alpha = f^2$ oder $2\,p^2\,(1 + \text{Cos.}\,\alpha) = f^2$; folglich auch $2\,p^2\,(1 + 2\,\text{Cos.}\,\frac{a^2}{4} - 1) = f^2$; oder $4\,p^2\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha^2}{4} = f^2$; und $2\,p\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha}{2} = f.$

185. Eine Wage aus Fäden zu machen.

Newtoni Arithmeticae universalis problema geometricum 49.

186. Je länger der Wagebalken einer Krämerwage ist, und je spitziger die Zapfen sind, desto empfindlicher ist die Wage.

187. Vermittelst einer unrichtigen Wage das wahre Gewicht einer Waare zu finden.

188. Die Schwere eines Körpers zu finden ohne ihn abgewogen zu haben.

189. Eine Schnellwage zu verfertigen.

190. Den Gebrauch einer Heblade beim Ausreißen der Wurzelstöcke zu zeigen.

Die hier verstandene Heblade besteht aus zwei mit einander verbundenen Hebeln, wie sie der berühmte Jesuit Joseph Stepling, mein schätzbarster Freund der hiesigen Agrikulturgesellschaft einst vorgeschlagen hat.

191. Wie verhält sich Kraft zur Last beim Rade an der Welle, wenn ihre Richtungen Tangenten der Kreise, oder auch Sekanten sind?

Man wird auch eine Winde, einen Kreuz-Horn- und Radhaspel erklären.

192. Bei einem Systeme der Räder, die vermittelst der Getriebe mit einander verbunden sind, aus der gegebenen Last und den gegebenen Halbmessern der Räder und der Wellen die nach einer Tangente des letzten Rades wirkende Kraft zu finden.

193. Beim Rade an der Welle verhält sich der Raum der Kraft zum Raume der Last, den beide in der nämlichen Zeit zurüklegen, wie die Last zur Kraft.

194. Die Umdrehungen des Rades verhalten sich zu den Umdrehungen seines Getriebes, wie die Menge der Triebstöcke zur Menge der Zähne.

195. Wenn die Zahlen der Zähne, und der Triebstöcke bei einem Räderwerke gegeben sind, zu finden, wie viel Umdrehungen des letzten Getriebes auf eine Umdrehung des ersten Rades gehen.

196. Bei einem Räderwerke verhält sich der Raum der Last zum Raume der Kraft, wie die Kraft zur Last.

197. Die Verhältniß der Kraft zur Last fürs Gleichgewicht bei einer beweglichen Rolle zu finden, wenn die Theile der Schnur auseinander gehen.

Sind die Theile der gespannten Schnur parallel, so ist die Kraft halb so groß als die Last.

198. Lehnsatz. Wenn der Winkel, den der Halbmesser der Rolle zum Berührungspunkte der Schnur gezogen mit der Richtung der Last bildet, φ heißt, so ist $\text{Sin. } 2\varphi = 2 \text{ Sin. } \varphi . \text{ Cos. } \varphi$.

199. Es ist bei einer beweglichen Rolle die Kraft zur Last $= \text{Cos. } \varphi : 2 \text{ Sin. } \varphi . \text{ Cos. } \varphi$; folglich auch $= 1 : 2 \text{ Sin. } \varphi$.

Es läßt sich durch keine Kraft ein Seil in eine gerade horizontale Linie spannen, an dem zwischen der Kraft und dem Nagel, an dem es fest ist, eine Kraft vertikal zieht; wenn anders die Last gegen die Kraft nicht ganz unbeträchtlich wäre.

200. Was nennt man eine Flasche und einen Flaschenzug?

Wenn die Theile der Schnur parallel sind, so verhält sich die Kraft zur Last bei einem Flaschenzuge wie Eins zur doppelten Anzahl der beweglichen Rollen.

201. Wenn die Richtung der Kraft die schiefe Fläche schneidet, folglich mit ihr einen spitzigen Winkel bildet, so verhält sie sich zu der Last, wie der Sinus des Neigungswinkels der schiefen Fläche zum Cosinus des Zugwinkels.

Hieraus werden wichtige Zusätze gefolgert.

202. Wie verhält sich die Kraft zur Last bei einem Keile?

Messer, Scheere, Meissel ꝛc. sind als Keile anzusehen.

203. Bei einer Schraube verhält sich die Kraft nach einer Tangente der Spindel wirkend zur Last, wie die Weite zweier Schraubengänge zur Peripherie der Spindel.

Gebraucht sich die Kraft eines Schraubenschlüssels, so ist sie wirksamer.

204. Wozu dienen die Schrauben?

105. Was ist eine Schraube ohne Ende, und wie verhält sich bei ihr die Kraft zur Last?

Bei dieser Maschine ist ein besonderer Gewinn an der Kraft, zugleich aber ein namhafter Verlust an der Zeit.

206. Welche sind die einfachen Rüstzeuge, welche die zusammengesetzten?

207. Die Kräfte, mit welchen eine Bewegung hervorgebracht werden kann, wie auch die Art anzugeben, auf welche man sich ihrer gebrauchen kann.

208. Beschreibung der vornehmsten Theile einer Mahlmühle mit unterschlächtigen Wasserrädern.

209. Beschreibung der vornehmsten Theile einer Windmühle.

210. Eine Taschenuhr zu erklären.

211. Was ist die Frikzion? hängt sie von der Grösse der aneinander gedrückten Flächen, oder vielmehr von dem Gewichte der angedrückten Fläche ab?

212. Die Frikzion auf einer schiefen Fläche zu untersuchen.

213. Die Frikzion bei einem Wagebalken und dem Rade an der Welle zu untersuchen.

214. Mittel wider die Reibung anzugeben.

Vermischte Sätze.

215. Wenn die eigenthümlichen Schweren zweier Körper G, g, die Gewichte P, p, die Räume V, v heißen, so ist: $P : p = GV : gv$

Hieraus folgert man $G : g = Pv : pV$; und so verhalten sich die Dichtigkeiten zweier nur schweren Materien, wie auch die Bevölkerungen zweier Länder.

216. Wenn die eigenthümlichen Schweren zweier Materien A, B, die eigenthümliche Schwere des Wassers C, ihre Gewichte in der Luft a, b, die verlornen Gewichte aber in dem Wasser α, β heißen, so ist $A : B = a\beta : \alpha b$. Ist nun A $= B$, so ist $a : b = \alpha : \beta$.

217. Eine Vermischung M aus zwei bekannten Metallen A, B nehme den Raum ein der der Summe der Räume der einzelnen Metalle (die sie vor der Vermischung einnahmen

gleich ist; und habe das Gewicht in der Luft m, verliere aber im Wasser μ; zu finden, wie viel von jedem Metalle in der Vermischung stecke.

Ist des Metalls A ein beliebiges Gewicht in der Luft a, dessen Verlust im Wasser α, so auch des andern B, ein Gewicht b, das verlorne β; und das gesuchte des ersten in der Vermischung x; so ist $\mu = \frac{\alpha x}{a} + \frac{m\beta - \beta x}{b}$.

218. Beschreibung der gewöhnlichen Luftpumpe.

219. Aus den gegebenen Räumen der Glocke und des Zylinders, so weit ihn der herausgezogene Stempel leer läßt, zu finden, um wie viel die Luft nach einer gegebenen Zahl von Auspumpungen verdünnet worden ist.

220. Einen Heber und Diabetes zu erklären.

221. Ein Saug- und Druckwerk zu beschreiben.

222. Was ist eine Wasser- was eine Röhrenleitung?

223. Von zwei gleich starken Lichtern wird die Mitte am wenigsten beleuchtet.

224. Wenn in einem ebenen Spiegel der Gegenstand ganz gesehen werden soll, so muß der Spiegel halb so groß seyn, als der Gegenstand.

225. Der von einem leuchtenden Punkte auf einem ebenen Spiegel einfallende, und davon in einen Punkt zurückgeworfene Strahl beschreibt den kürzesten Weg, wenn der Reflexionswinkel dem Inzidenzwinkel gleich ist.

226. Die verschiedenen Arten der geschliffenen Gläser, und welche unter ihnen Brenngläser seyn, anzugeben.

A. M. D. G.