musý se přidati — b, geli subtrahend — b, musý se přidatj + b, proto, aby daný subtrahend s tjm, co se k němu přidá, w hromadu wzat byl nulle rowen. Podobně y každý widj, že když chceme rozdjl mezy dwěma danýma welikostmi nalezti, neb gednu od druhé subtrahowati, že se musý wždy subtrahend, (ale s proměněným znamenjm, tak abychom buď z + včinili —, neb z — včinili +), k minuendu addowati, neb přidati, že gest tedy ten rozdjl wždy rowen minuendu s subtrahendem (s proměněným znamenjm) w hromadu wzatému, gakž bylo swrchu giným způsobem dokázáno.

Gest tedy rozdjl mezy + 8, a — 12 rowen $= 8 + 12 = 20$ a zdali každý newidj, žebychom musyli k — 12 přidati + 20, aby subtrahend a ten přjdawek w hromadu včinil + 8? neb $- 12 + 20 = + 8$.

Ještě kratčegi se může každý o té prawdě přeswědčiti takto: Pamatug sobě,

Předně: že subtrahowat nic giného nenj, než nalezti počet a t. d. (wiz stránku 31 řádek 29.)

Druhé: Že když se přidá k něgaké welikosti welikost giná twrdjcý a naodpor stogjcý, cena též prwnj welikosti se nikterak nezměnj (n. 11.) k. p. $9+7-7=9$. $a+b-b=a$.

Ať nám pjsmě + M wyznamenáwá minuend, + S subtrahend, gá prawjm, že bude hledaný rozdjl neb zbytek $+ M - S$. Proč? proto že když se k $M - S$ přidá $+ S$, nabude se $+ M$, neb $M - S + S = M$, a toho počtu sme hledali. Kdyby byl subtrahend $- S$, bude rozdjl $M + S$, protože $M + S - S = M$.

Přjklad 2. Minuend $7d - f + c$
Subtr. $- d + g - k$

Po proměněnj znamenj w subtrahendu budeme mjti

Minuend	$7d - f + c$
Subtrah.	$d - g + k$
rozdjl	$8d - f + c - g + k$

C Průb-

$$\text{Průba} = 8d - f + c - g + k$$
$$\underline{\quad - d + g - k \quad}$$
$$7d - f + c$$

Poněwadž $-g + g = 0$; a $+k - k$ také $= 0$ (n. 11).

27. O multyplikacy počtů tak vrčitých, gako newrčitých.

A. Wssecky produkty nalezti, kterj wzniknau, když dwa počtowé, geden y druhý gednau cyfrau psanj, wespolek se multyplikugj; neb to wůbec známé: gednau gedna, nalezti. Pissme dewět prwnjch cyfer gednu pod druhau; pak také dle vhelnice gednu wedlé druhé, strž ně wotleyme rowné čáry, gak s hůry dolů, tak také od lewice k prawicy. Pogdau zagisté z těch čar čtyřhranjcy, wněž se wpjssj tyto počtowé. Do těch čtyřhranjků, kterj se wedlé dwogky nalézagj, sauce pod gedničkau psáni, postawj se wždy summa, která wygde, když buď 2 se přidagj k dwema, to gest 4; neb když giž k negaké summě z dwogky opět se přidagj 2, tedy do prwnjho čtyřhranjku podlé 2 přigdau 4, do druhého $4 + 2 = 6$; do třetjho $6 + 2 = 8$, a tak dále. Podobně do prwnjho čtyřhranjku stogjcýho wedlé trogky pjsse se $3 + 3 = 6$; do druhého $6 + 3 = 9$; do třetjho $9 + 3 = 12$, a tak dále. Negináč se nakládá s druhými cyframi; tak y do prwnjho čtyřhranjku podlé osmičky postawj se $8 + 8 = 16$; do následugjcýho hned $16 + 8 = 24$. Tjmto snadným způsobem děla se žádané gednau gedna, neb abacus pythagoricus, to gest pythagorská tabulka, kteráž gest zde přidána.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

B. Kterak ſe má této tabulky užjwati? Gedent[otiž] faktor wezme ſe w prwnjm čtyřhranjku na lewicy, druhý pak w čtyřhranjku nahoře neywyš poſtaweném; wprawjm, že žádaný produkt ſe nalézá w čtyřhranjku, který w řádu prwnjho faktora od lewice k prawici pod druhým faktorem ſtogj; k. p. chtěl-li-by někdo wěděti, co činj třikrát oſm? Prwnj faktor 3 geſt na lewicy třetj pod gedničkau; druhý 8 geſt neywyš nahoře w oſmém čtyřhranjku; táhneme pak prſt pod trogky až pod oſmičku, w tom řádu, w kterém geſt 3; gaký wedle počet pod oſmičkau nagdeme? totiž 24; pročež $3 \times 8 = 24$. Co také 7×9 gaký produkt dá? Prwnj faktor 7 na lewicy geſt wzat w ſedmém řádu, druhý 9 nahoře geſt wzat w dewátém čtyřhranjku. Ať ſe wede prſt kde geſt 7 prwnj počet, gde prſtem až pod dewjtku; počet w čtyřhranjku pod nj ležjcý geſt žádaný produkt, $7 \times 9 = 63$, a tak dále.

C. Mám za to, že ſe mnohým neytjž zdá produkty z menſſjho počtu, a z děwjtky ſobě pamatowati. Těm gá polehčjm: α. Od každého počtu menſſjho, nežli dewět, gjmž ſe má dewět množiti, odegme ſe gedna. Zbytek geſt deſýtka w produktu. β. Gednička proſtá toho produktu geſt wždy ta cyfra, která s deſýtkau gljž nalezenau půſobj 9.

Přikladowě. Chcemeli wěděti, produkt, který wygde, když se dewět dwakrát wezme? Tu se od dwojky odegme gedna, a zbude 1, totiž desýtka žádaného produktu. Poněwadž pak gesstě k gednicce třeba osm, abychom měli dewět, proto $2 \times 9 = 18$. Podobně $8 \times 9 = 72$. Nenjli zde desýtka $7 = 8 - 1$, a $7 + 2 = 9$, a t. d.

Důkaz α. Že gest desýtka žádaného produktu cyfra, která wygde, když se od počtu, gimž se má dewjtka množiti, gedna odegme, toho gest přjčina; poněwadž $9 = 10 - 1$. A tedy, mágli se ku přjkl. 9 dwakrát wzýti, tedy musýme gák 10, tak $y - 1$ dwakrát wzýti, pročež $2 \times 9 = 20 - 2$; a 2 od 0 nedagj se odnjti, musýme sy tedy gednicky od dwau desýtek wypůgčiti, a zbude w mjstě desýtek 1, a w mjstě prostých gedniček 8; to gest: počet 2, gimž se měla dewjtka množiti, o gednu se zmenssil, a tak gsa zmenssen působj desýtku produktu.

Důkaz β. Že pak cyfra prostých gedniček gest wždy ten počet, který s desýtkau gsa wzat, dewět činj, toho dokážeme (n. 26. L.), kde uhljdáme, že se dá gen ten počet skrz 9 děliti, kteréhož wssecky cyfry gakož proste gedničky wzaté, nemagjce ceny, kterau gim gich mjsta dáwagj, působj summu $= 9$, neb několikrát 9. A nássik produktowé műsegj se dewjtkau dáti dělit, proto že w sobě magj 9 gakož faktor, proto musý summa gich cyfer wždy působiti 9.

D. Ostegchám se zde o regule pjkrl neb o prawidly lenocha obssjrněgi psáti, protože k užitku wtipným a snažným Čechům práci swau obětugi.

E. Když se má cyfra wyššjho pořádku prostými gedničkami rozmnožowati, tedy gest produkt pořádku toho wyššjho faktora.

Důkaz. Produkt musý býti ten wyššj faktor tolikrát wzatý, kolikrát tomu chce druhý faktor daný, totiž prosté gedničky, k. p. $10 \times 3 = 30$. Produkt gest

de=

desýtka třikrát wzatá, neb gest pořádku prwnjho, toho totiž, kteréhož gest faktor 10. Tjm způsobem 500 × 5 = 2500 a t. d. Gestli pak druhý faktor také gest cyfra wyššjho pořádku, tedy gest produkt takowého pořádku, který gest summa pořádků obau faktorů.

Příklad. 300 × 5000 = 1500000. Nebť se má 300 tolikrát wzýti, kolikrát wězý gednička w 5000, totiž pěttisýckrát, pročež se musegj s pětkau rozmnožiti, a k produktu 1500 gesstě se musegj tři nully přidati, aby byl produkt tisýckrát wětssj, nežby byl, kdyby byla pětka prosté gedničky. Gest tedy w produktu 5 cyfra pátého pořádku, to gest: summa pořádků obau faktorů; w zagisté 300 = 3, 5000 = 5; y 3 × 5 = 15 = 1500000. Z čehož také wyplýwá prawidlo tato: Že kdykoli dwě cyfry magjce po sobě gednu, neb několik nul, wespolek magj býti množeny; gen ty cyfry dle gednau gedna se množj, a k produktu summa wssech nul se přisadj. Konečně z toho poznawáme, že můžeme skrz gednau gedna wsseckny počty multyplikowati.

F. Dwa počty wespolek multyplikowati.

Příběh 1. Gestli multyplikand mnohými cyframi, multyplikátor pak gediné gednau cyfrau gest psán, ta se dle gednau gedna multyplikuge předně prostými gedničkami multyplikanda, a wygdeli produkt dwau cyfer, musegj se gedničky pod čárau w mjstě gedniček zrowna postawiti, desýtka pak, gsauc zatjm w paměti zachowána, k produktu z multyplikátora, a z desýtky multyplikanda posslému přidati; kteréhož produktu gednička podobně pod desýtkau multyplikanda, se stawj. Tjm způsobem dále se pokračuge. Každá totiž cyfra multyplikanda multyplikátorem se rozmnožuge, a produktowé, gak gest wyčeno, pod čárau se pjssj.

Důkaz. W produktu musý geden počet z daných tolikrát wězeti, kolikrát wězý prwá gednička w druhém (n. 9). A dle wykonané práce wězý každý djl multyplikanda w každém djlu produktu, kolikrát wězý gednička w multyplikátoru, a wssickni djlowé spolu wzatj gsau celému rowni; pročež celý multyplikand wězý w produktu tolikrát, kolikrát wězý gednička w multyplikátoru.

Přjběh β. Když gest multyplikand a multyplikátor z wjc cyfer, tedy se cyfry gako w addycý pořádně pjssj, a každá cyfra multyplikanda se množj neyen gedničkau multyplikátora, gako prwé, ale y desýtkau, stem, tisýcem, a tak dále. Cyfry pak těch dosažených produktů rowně gako w addycý se kladau, aby gedničky pod gedničky, desýtky pod desýtky, sta pod sta, a tak dale se dostala. Dle těchto prawidel obsáhneme zagisté tolik produktů, kolik má množitel (multyplikátor) cyfer, tyto pak se summugj, a dáwagj celý žádaný produkt.

Důkazu tato prawidla nepotřebugj, proto že gest gich prawda patrná.

Přjklad α. Multyplikand 65342

Množitel 9

Produkt = 588078.

Ginač: Kdykoli se má něgaký počet, nawjm gak weliký, dewjtkau rozmnožiti, může se místo multyplikacý učiniti subtrakcý, a žádaného produktu se nabude. Gen ať každý těchto prawidel pozoruge: Danému počtu k rozmnoženj přisadj se 0, a od toho počtu, gednjm pořádkem powýsseného, týž počet daný se odegme. Zbytek gest žádaný produkt. Pročež w nassem přjkladu 6.5.3 4.2.0

6 5 3 4 2

zbytek 5 8 8 0 7 8 gest předesslému produktu rowen.

Dů-

Důkaz toho gest snadný, nebť $9 = 10 - 1$. Pročež $9 \times 65342 = (10 - 1)\, 65342 = 653420 - 65342$.

Příklad B. Multyplikand 72543
Množitel 6259

Produkt z dewjti, a multyplikanda	652887
Produkt z pěti	362715
Produkt z dwau	145086
Produkt z ssesti	435258
Produkt celý	454046637

24. O důstognosti počtu, a rozmnožowání počtů newrčitých.

A. Důstognost, stupeň, neb mocnost počtu gest produkt z stegných tomu počtu rowných faktorů.

B. Kořen důstognosti gest každý faktor toho produktu.

C. Exponent, neb wyznawatel důstognosti, gest malá cyfra wedlé někteřého počtu nahoře na prawicy psaná, která musý mjti w sobě tolik gedniček, kolik má býti stegných faktorů w důstognosti. Ginač: Exponent wedlé některé cyfry náležitě psaný wyznamenáwá, že se musý tolikrát ta cyfra sebau rozmnožowati, kolik má on gedniček w sobě.

D. Každý počet, nemagjcý žádného exponentu na prawicy psaného, gest prwnj důstogností. Geho exponent mjnj se 1, k. p. $5 = 5^1$.

E. Důstognost druhá slowe kwadrát. Kwadrát tedy gest produkt z dwau stegných faktorů, k. p. 3^2 gest druhá mocnost, neb kwadrát počtu 3. Pročež $3^2 = 3 \times 3 = 9$. Důstognost třetj slowe kostka cubus, a gest produkt z třj stegných faktorů neb produkt z kwadrátu, a z kořene, k. p. $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$. Wůbec každá důstognost nabýwá gména od swého exponentu.

F.

F. Kořen (n. 24. B.) mocnoſti geſt každý faktor té mocnoſti; kořen tedy daného exponentu z něgakého počtu bráti, geſt: ten počet za mocnoſt daného exponentu míti, a nagjti menſſj počet, nalezti, kterýby tolikrát ſebau ſa rozmnožen, kolikrát wětſſý geſt exponent, ten daný počet wrátil.

G. Kořene znamenj geſt $\sqrt{}$; když nenj žádné cyfry mezy wrátami toho znamenj pſáno, tedy ſe míní dwogka) neb znamenj dobýwanj kwadrátního kořene. Kdyby ſe měl koſtkowý kořen z některého počtu bráti, tedyby ſe muſyla do toho znamenj trogka pſáti. Máli tedy některý počet před ſebau to znamenj, tedy ſe čte: má ſe kořen buď kwadrátního, neb koſtkowého, neb čtwrtého a tak dále, mocnoſti z daného počtu dobýwati. Př. $\sqrt{25}$, čte ſe: kořen kwadrátnj má ſe nalezti z 25, který wedlé počet, ſa ſám ſebau rozmnožený wrátj 25? Zagiſté 5, neb $5 \times 5 = 25$, pročež $\sqrt{25} = 5$. (n. 24. F.). Podobně $\sqrt[3]{125}$. čte ſe: kořene koſtkowého ſe má dobyti z počtu 125. Který opět počet ſebau třikrát rozmnožený wrátj 125? Neomylně 5. Neb $5 \times 5 \times 5 = 125$. Pročež $\sqrt[3]{125} = 5$. Tedy také $\sqrt[4]{16}$ ſe čte: kořene čtwrté důſtognoſti má ſe dobyti z počtu 16, a ten geſt giſtě 2, neb $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, máme tedy $\sqrt[4]{16} = 2$.

H. Gedno pjſmě druhým ſtegným rozmnožiti.

Prawidlo. Piš to pjſmě gednau a dey mu exponent, který geſt ſumma exponentů obau faktorů.

Důkaz. Když ſe magj litery weſpolek množiti, nabude ſe produktu (n. 10.), když ſe bez wſſeho znamenj wedlé ſebe poſadj. A exponent okazuge, kolikrát má která litera wedlé ſebe ſtáti, to geſt, ſebau býti rozmnožena. Pročež máli gedna druhau ſtegnau býti rozmnožena, muſý ſe gednau pſáti, a exponent gegj muſý býti ſumma exponentů obau faktorů.

Příklad. $a \times a = aa$, neb $a^1 \times a^1 = a^{1+1} = a^2$. Tak také $d^3 \times d^2 = d^{3+2}$, nebť $d^3 = ddd$, a $d^2 = dd$; a protož $d^3 \times d^2 = ddddd = d^5$. Gsauli exponenti obau faktorů neurčiti, tedy se gich summa znamenjm + mezy nimi psaným wyobrazuge, gako: $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

I. Gedna welikost twrdjcý druhau twrdjcý rozmnožená, dáwá twrdjcý produkt.

Důkaz. Rozmnožowánj gest opakowané sčjtánj, když se totiž gedna welikost k sobě samé tolikrát přidá, kolikrát wězy gednička w druhé dané welikosti (u. 9.); a summa welikostj twrdjcých gest twrdjcý, tedy také produkt z welikostj twrdjcých musý býti twrdjcý.

Gináče. Dle (n. 9.) musý multyplikand w produktu tolikrát wězeti, kolikrát wězý gednička w množiteli. A gednička twrdjcý, (neb za takowau se má wždy mjti) wězý w twrdjcým množiteli; Proto musý w produktu sám twrdjcý multyplikand wězeti, t. g. musý produkt twrdjcý býti.

Příklad. $+5 \times +3 = +15$. Tedy také w neurčitých počtech $+a \times +b = +ab$, rowně y také $+a^5 \times +a^2 = +a^7$, a t. d.

K. Welikost odpjragjcý rozmnožená welikostj twrdjcý dáwá produkt odpjragjcý.

Důkaz. W multyplikátorowi wězý twrdjcý gednička sama, poněwadž gest multyplikátor twrdjcý, tedy musý multyplikand sám w produktu wězeti, a ne welikost naodpor gemu stogjcý; t. g. produkt musý býti odpjragjcý; sycby nemohl odpjragjcý multyplikand w něm wězeti.

Příklad. $-6 \times +3 = -18$; podobně $-b \times +f = -bf$; také $-d^2 \times +d^7 = -d^9$.

L. Welikost twrdjcý rozmnožená welikostj odpjragjcý, dáwá produkt také odpjragjcý.

Důkaz. Multyplikand musý w produktu tolikrát wězeti, kolikrát wězý gednička w množiteli; y množitel gest zde welikost odpjragjcý, w njž gednička, která se má wždy za twrdjcý newůže wězeti, ale gednička gi naodpor stogjcý, totiž odpjragjcý w nj wězý: Pročež také w produktu nemůže wězeti multyplikand, t. g. welikost twrdjcý; ale musý w něm wězeti naodpor stogjcý, to gest odpjragjcý multyplikand; musý tedy produkt býti odpjragjcý.

Přjklad. $+7\times-2=-14$, Rowně $+f\times-g$ $=-fg$, y také $+c\times-c^4=-c^5$.

M. Dwě odpjragjcý welikosti wespolek rozmnožené dagj twrdjcý produkt.

Důkaz. W množiteli newězý gednička twrdjcý, ale gi naodpor stogjcý, gednička odpjragjcý. Pročež také w produktu nemůže odpjragjcý multyplikand wězeti, ale gemu naodpor stogjcý, to gest twrdjcý; a protož musý produkt býti twrdjcý.

Přjklad. $-8\times-4=+32$, $-k\times-l$ $=+kl$, neginač $-g^5\times-g^4=+g^9$.

N. Magjli multyplikand, a množitel nestegná znamenj, předsadj se produktu $-$; magjli ge stegná, předsadj se produktu $+$.

Důkaz prwnj průpowědi gest w n. 24. K, a L. Důkaz druhé průpowědi gest w n. 24. L. a M.

O. Neurčité počty, kteřj magj mezy sebau znamenj $+$ neb $-$, wespolek množiti.

Prawidla se týkau předně znamenj. Gaké pak se má znamenj produktu předsaditi, toho se teď dokázalo. Druhé koeficyentů. Tito, gakož určitj počtowé wespolek se množj. Třetj liter. Gsauli nestegné, tedy se wedlé sebe sázegj; gsauli pak stegné, gak w množiteli, tak y w multyplikandu, tedy se každé pjsmě w produktu gednau pjsse s summau obau exponentů (n. 24. H.) Čtwrté psánj liter. Ty se takto pjssj, aby stegné litery multyplikanda, a množitele rowně pod sebau stály. Konečně pod oběma faktory wedlá se čára. Každý díl množitele každým dílem multyplikanda se množj. Wssecky produktowé se pod čárau, gako gindy w určitých počtech sázegj, a wespolek addugj, aby se celý žádaný produkt nalezl. Důkazowé wssech těch prawidel giž sau dány.

Příklad prwnj. Multyplikand $5a - 6b + 4c$

Množitel $7a - 2b - 3c$

Produkt z $-3c$ celým multyplikandem $-15ac + 18bc - 12c^2$

produkt z $-2b$ celým multyplikandem $-10ab + 12b^2 - 8bc$

produkt z $7a$ celým multyplikandem $35a^2 - 42ab + 28ac$

produkt z celého gednoho faktora celým druhým $35a^2 - 52ab + 13ac + 12b^2 + 10bc - 12c^2$

Příklad druhý. Multyplikand $a + b$

Množitel $a + b$

produkt z dolnjho b celým multyplikandem $ab + b^2$

produkt z dolnjho a celým multyplikandem $a^2 + ab$

produkt z celých obau faktorů $a^2 + 2ab + b^2$

Když se něco málo toho příkladu pozoruge, welmi to wzácnau prawdu připomene. Prawdali, že sau zde dwa stegnj faktorowé? Gak medle slowe produkt dwau stegných faktorů? — Slowe zagisté kwadrát (n. 24. E.) Tedy nalezený produkt gest kwadrát daného dwaudjlného kořene $a + b$. W kolika pak částkách záležj ten kwadrát? — Zagisté we třech: předně w a^2, a to gest kwadrát částky prwnj a kořene, pak w $2ab$, a tok gest dwanásobnj produkt z gedné částky kořene, do druhé neb $a \times b$, konečně w b^2; a tok gest kwadrát částky dru-

druhé z daného prwodjlného kořene. Tato prawda bude nám základem dobýwánj kwadrátnjho kořene z gakéhokoli daného počtu.

Přjklad třetj.

$$\begin{array}{r} a+b \\ a-b \\ \hline -ab-b^2 \\ a^2+ab \\ \hline \end{array}$$

Produkt celý a^2-b^2

Z toho snadného přjkladu wčjme se opět wýborné prawdě. $a+b$ geden faktor gest summa dwau welikostj, a druhý faktor $a-b$ gest rozdjl těch welikostj, produkt pak a^2-b^2 gest rozdjl kwadrátu těch welikostj. Z čehož toto wsuzugeme, že kdykoli se má summa dwau welikostj s gegich rozdjlem množiti, mjsto obyčegné multyplikacý každá welikost na kwadrát se powýšj, a menšj od wětššjho se odegme. Zbytek bude žádaný produkt, k. p. $(4x+3y)(4x-3y)=16x^2-9y^2$, rowně y w určitých počtech $(12+3)(12-3)=144-9=135$, a zagisté $12+3=15$; pak $12-3=9$, pročež $(12+3)(12-3)=15\times9=135$.

Přjklad čtwrtý.

$$\begin{array}{r} a+1 \\ a+1 \\ \hline a+1 \\ a^2+a \\ \hline a^2+2a+1 \end{array}$$

Tok gest kwadrát počtu $a+1$, který gest zagisté o 1 wětššj než a, kteréhož gest kwadrát a^2; y odegměmeli tento kwadrát od onoho kwadrátu, zbude $2a+1$, neb $a+a+1$; tok gest summa obého kořene, z čehož přednë toto wsuzugeme: že sau kwadrátowé dwau počtů gedničkau od sebe rozdjlných, o summu těch počtů od sebe rozdjlnj, k. p. $10^2=100$, a $9^2=81$; y $100-81=19$, nenjli pak $10+9=19$?

Druhé

Druhé saudíme z toho: že se dagj wssech kwadrátowé přiložených počtů, to gest 1, 2, 3, 4, 5 a t. d. pauhau addycý dělati; tedy tomu kwadrátu menssiho počtu summu z toho menssiho, a gednicku wětssiho počtu přidáme, tedy dosáhneme kwadrátu toho wětssiho počtu, k. p. známe kwadrát z 10, chceme pak míti kwadrát z 11, přideyme gediné summu těch počtů neb kořenů ku kwadrátu z desýti, tedy nabudeme $11^2 = 100 + 10 + 11 = 121$. Magjce kwadrát z 11, nabudeme pauhau addycý kwadrátu z 12, když tomu kwadrátu summu $11 + 12$ přidáme. Pročež $12^2 = 121 + 11 + 12 = 144$, a tak bez konce dále.

P. Slussj zde gesstě připomenauti, že gako důstognost některé welikosti, která w gednom dílu záležj, exponentem se wyznamenáwá: tak y důstognost welikosti, která w wjce audech wespolek skrz + neb — spogených záležj, másy se wyobraziti, gen tjm přjdawkem, že se wssickni audowé půlokrauhlými čárkami, neb skobami zawřau, a exponent se za zadnj půlokrauhlau čárku postawj, k. p. $(2a - b + c)^2$; neb $(2a - b + c)^3$ wyznamenáwá se, že wssecky ty welikosti, magj gakož geden počet činjcý, nepak každý z nich, buď na druhau, neb na třetj důstognost býti wywýsseny.

25. O dywizý určjtého počtu s giným určitým menssjm.

Přjběh prwnj. Když gest každá cyfra dywidenda wětssj, než dywizor, který gest gediné z gedné cyfry, a ten dywizor gest aliquotský djl (n. 6) každé cyfry dywidenda; tedy se ten dywizor pjsse na lewici dywidenda. Mezy njm, a tjm wčiňj se stogjcý čára, která se dělá také za dywidendem. Za tuto se pjsse kwocyent; kterého dosahugeme, když se tážeme, kolikrát wězý dywizor w každé cyfře dywidenda, počjnagjce tuto práci od lewice k prawici. Pořádek pak celé té práce w tento werš Latinjcy zawřeli:

di-

divide, multiplica, subtrahe, pone notam, t. g. dywi=dug prwnj cyfru, neb taž se, kolikrát weʒý w té cyfře dywiʒor, (mage w pamětí gednau gedna). Krwocyent napiš ʒa čarau podlé dywidenda, ten kwocyent multyplikug dywiʒorem; produkt postaw pod cyfru, kterau delil, pak ten produkt od nj odegmi, k ʒbytku připiš následugjcý cyfru, (w tomto přjběhu nebude žádného ʒbytku). A tjm ʒpůsobem dále se ʒachowey, až sy wssech cyfer dywidenda odbyl.

Přjklad 1. Delitel, dywidend, kwocyent

$$2 \mid 8462 \mid 4231$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$4$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$6$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2$$

$$2 \times 1 = 2$$

Důkaʒ. $8462 = 8000 + 400 + 60 + 2$. Pročež také dle axioma, když dělime stegné welikosti stegnými, že musegj stegnj kwocyenti wygjti; bude

$$\frac{8462}{2} = \frac{8000}{2} + \frac{400}{2} + \frac{60}{2} + \frac{2}{2}$$ tok gest

$$\frac{8462}{2} = 4000 + 200 + 30 + 1 = 4231.$$ Wyge=mugeli tedy nabytý kwocyent, kolikrát wězý dě=litel w každém djlu dywidenda, spolu také okaʒuge, kolikrát wězý dělitel w celém dywidendu: protož že sau wssickni djlowé wespolek wʒatj celému rowni.

Přjběh druhý. Když gest prwnj cyfra dywiden=da menssj, než delitel, genž gest opět gednau cyfrau gediné psán, a nenj alikwotský djl každé cyfry

denda

dywidenda. Tu ſe tedy dělj počet z dwau prwnjch cyfer dywidenda, kwocyent na ſwé určité mjſto ſe poſtawj, a pořádek práce giž oznámený ſe zachowá, obſažený w tom latinſkém werſſi, genž bude w čeſſtině takto zněti: Děl a množ, odegmi, a cyfru náſledugicý přiſaď.

Přjklad 2. Dělitel, dywidend, kwocyent

$$
\begin{array}{r|l|l}
5 & 214235 & 42847 \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
5\times4=20 \\ \hline
=14 \\
5\times2=10 \\ \hline
=42 \\
5\times8=40 \\ \hline
=23 \\
5\times4=20 \\ \hline
=35 \\
5\times7=35 \\ \hline
0
\end{array}
$$

Důkaz. Každý počet ſe může na lecgaké djly rozděliti, gen když ſe žádný z nich newypuſtj (n. 21.) A daný počet 214235 má tyto djly 200000 + 10000 + 4000 + 200 + 35. Každý pak djl ſe dá pětkau děliti, pročež $\frac{200000}{5} + \frac{10000}{5} + \frac{4000}{5} + \frac{200}{5}$

$$+\frac{35}{5} = 40000 + 2000 + 800 + 40 + 7 = 42847.$$

Tak také gestli dělitel	dywidend,	bude kwocyent
7	2415	345

Dywidend 2415 = 2000 + 400 + 15. W každého djlu nenj 7 alikwotſký djl, pročež třeba počet 2415 na giné, a ſyce takowé djly rozděliti, aby byl dělitel každého alikwotſký djl. Toho pak doſáhneme, když od 400 odegmeme 120, a ſto prwnjmu djlu, 20 pak

při-

přidáme třetjmu. Pročež bude $2415 = 2100 + 280 + 35$, a $\frac{2415}{7} = \frac{2100}{7} + \frac{280}{7} + \frac{35}{7} = 345$.

Přjklad třetj. Když geſt dělitel z wjc, než z gedné cyfry, tedy ſe dělj tolik cyfer z dywidenda pogednáu, kolik gich činj počet wětſſj, než geſt dělitel, a ſyc ptáme ſe gediné: kolikrát wězý prwnj cyfra dělitele w prwnj, neb w prwnj a ſpolu w druhé dywidenda? Kwocyentem množjme wſſecky cyfry dělitele, a produkt pod dywidendem náležitě pſaný od dywidenda odgjmáme; ten produkt neſmj owſſem býti wětſſj, než dywidend, ſycby ſe nedal odnjti, a protoby ſe muſyl kwocyent zmenſſiti; ani neſmj býti tak malý, aby byl zbytek wětſſj, než dělitel, a protoby ſe muſyl kwocyent zwětſſiti. K zbytku ſe přidá náſledugjcý cyfra, a práce ſe koná gako gindy dále.

Přjklad 3. Dělitel	dywidend	kwocyent
372	95604	257
$372 \times 2 =$	744	
	2120	
$372 \times 5 =$	1860	
	2604	
$372 \times 7 =$	2604	
	0	

Důkaz. Dywidend $95604 = 90000 + 5000 + 600 + 4$, muſý ſe we tři takowé djly rozděliti, aby každého z nich alikwotſký djl byl dywizor 372. Tito pak ſau, (gakž to wčiněná dywizý patrně ukazuge), totiž $74400 + 18600 + 2604 = 95604$; y ſtegnj počtowé ſtegnými ſauc děleni dagj ſtegné kwocyenty. Pročež $\frac{95604}{372} = \frac{74400}{372} + \frac{18600}{372} + \frac{2604}{372} = 200 + 50 + 7 = 257$.

Přj-

Přjběh čtwrtý. Nenjli celý dywizor alikwotnj djl dywidenda, tedy po celém dělenj zbude zbytek, pod kterým ſe napjſſe dywizor, a mezy oběma ſe vdělá čárka, a ten tak wyobrazený počet ſlowe zlomek, neb lámánj, a to ſe pjſſe podlé celého kwocyentu.

Přjklad. Dywizor	Dywidend	Kwocyent
3	4275	1425

3
12
12
7
6
15
15
0

26. O dywizý počtů nevrčitých, a způſobů každý počet w obyčegné arytmetyce proſtými gedničkami wyobrazyti, z čehož ſe naučjme welmi vžitečným prawdám.

A. Když geſt ſtegný dywidend s dělitelem, tedy geſt kwocyent = 1.

Důkaz. Kwocyent wygewuge, kolikrát wězý dělitel w dywidendu. Geſtli tedy geſt dělitel ſtegný s dywidendem, tedy nelze, aby byl kwocyent giný, než = 1, protože může každá welikoſt gen gednau w ſobě wězeti; k. p. a | a | 1, neb $\frac{a}{a}$ = 1.

B. Geſtli geſt dywidend produkt z dywizora a některé giné welikoſti, tedy geſt ta giná welikoſt žádaný kwocyent; k. p. a | a b | b, neb $\frac{a\,b}{a}$ = 1 b neb b, (poněwadž ſe wždy mjnj před b gednička, tě

 ba=

třebas nebyla postawena, (n. 20, na stránce 26.).
[illegible] $= \frac{}{c\,d\,f^{r-d}} =$ [illegible]
Tedy také $\frac{}{c} = d\,f^{r-d}$

C. Důstognosti rowných kořenů wespolek děliti.
Odegmi exponent dělitele od exponenta dywidenda, zbytek napiš nad kořen na místě, kde se exponent píše, dostaneš žádaného kwocyentu.

Příklad prwnj. $\frac{a}{a}$ gest zagisté rowný $\frac{a^2}{a^2}$ (n. 24. D.), protož $\frac{a^1}{a^1} = a^{1-1} = a^0$.

Dokázali jsme (n. 26. A.), že $\frac{a+}{a+} = 1$, čehož soudjme, že $a^0 = 1$, dle axioma: Dwě welikosti rowné gedné třetj, gsau také wespolek rowné, (wiz stránku 16.). Poněwadž skrz a může se miniti gakýkoli počet, protož každý počet, genž má exponent swé důstognosti nullu, nemůže nic giného platiti, než 1. K. p. $25^0 = 1$, $314^0 = 1$, $89^0 = 1$, a t. d.

Příklad druhý. $\frac{a^3}{a} = a^2$, nebť $a^3 = a\,a\,a$, protož $\frac{a\,a\,a}{a} = a\,a = a^2$ (n. 26. B.), tak též $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$.

Naopak musý tedy býti $d^{m-n} = \frac{d^m}{d^n}$ t. g. kdykoli gest exponent gakés důstognosti složen z dwau audů, z kterých gest prwnj twořjcý, a druhý odpjragjcý, tedy ten exponent znamená, že sau dwě důstognosti stegného kořene wespolek rozděleny, která z nich má exponent twořjcý, gest dywidend, která pak má exponent odpjragjcý, gest dělitel.

Gestli gest exponent dywidendu menšý, než dělitele, tedy gest zbytek odpjragjcý (n. 2.) k. p.
a^3

$\frac{a^3}{a^7} = a^{3-7} = a^{-4}$, také $\frac{b^3}{b^7} = b^{3-7} = b^{-4}$. Gest také $b^{-4} = \frac{1}{b^4}$, čehož pozděgi dokážeme.

D. Ať gest tedy dělitel $a^3 b^2 c$, dywidend pak $a^7 b^6 c d$, tedy bude kwocyent $\frac{a^7 b^6 c d}{a^3 b^2 c} = a^4 b^4 d$.

E. Welikost twrdjcý w welikost twrdjcý rozdělená dáwá kwocyent twrdjcý.

Důkaz. (n. 24. J.) $+a \times +b = +ab$. Rozdělme stegné welikosti skrz stegnau $+a$, budeme mjti $\frac{+a \times +b}{+a} = \frac{+ab}{+a}$; w prwnjm audu této rowností gest $\frac{+a \times +b}{+a} = +b$ (n. 26. B.), pročež také $\frac{+ab}{+a} = +b$. A $+ab$ gest twrdjcý dywidend, též $+a$ twrdjcý dělitel, a $+b$ twrdjcý kwocyent, tedy toto prawidlo gest prawé.

F. Když se dělj welikost odpjragjcý skrz twrdjcý, neb twrdjcý skrz odpjragjcý, býwá kwocyent odpjragjcý.

Důkaz prwnj průpowědi: $-a \times +b = -ab$ (n. 24. K.), tedy také $\frac{-a \times +b}{+b} = \frac{-ab}{+b}$, poněwadž pak $\frac{-a \times +b}{+b} = -a$ (n. 26. B.), bude též $\frac{-ab}{+b} = -a$. Zde pak gest dywidend $-ab$ odpjragjcý, a dělitel $+b$ twrdjcý, kwocyent pak $-a$ dle průpowědi odpjragjcý.

Důkaz průpowědi druhé. Má se dokázati, že $\frac{+ab}{-a} = -b$; w gedničkak se béře w dywizý gako w multyplikacý wždy za twrdjcý, (nebť každý počtář má na wůli, gak gi chce wzýti); tato pak má tolikrát w kwocyentu wězeti, kolikrát wězý dywizor — a w dywidendu + a b, — a pak neywězý ſamo w — + a b, ale dělitel gemu naodpor ſtogjcý t. g. + w. Tedy také muſý w kwocyentu wězeti gednička odpjragjcý, t. g. kwocyent muſý býti odpjragjcý, — b.

G. Welikoſti odpjragjcý weſpolek dělené dáwagj kwocyent twrdjcý.

Důkaz. Má ſe dokázati, že $\frac{-ab}{-a} = + b$. Dělitel — a ſám wězý w dywidendu odpjragjcým — a b, pročež muſý ſama gednička twrdjcý, a ne gj naodpor ſtogjcý, w kwocyentu wězeti, t. g. kwocyent muſý býti twrdjcý + b, gakož geſt y gednička.

H. Stegná znamenj w dywidendu, a w děliteli dáwagj w kwocyentu +, neſtegná pak dáwagj —. Obě průpowědj ſe giž dokázalo (E. F. G.). Znad někdo těmto dwěma průpowědem ſnáze porozumj, když my ſe powj, že dělenj počtu néb dywizý nic giného nenj, než nalezenj počtu takowého, kterýžby daným dywizorem můltyplikowán, dal předložený dywidend za produkt. Pročež když máme + a b ſkrz — a rozděliti, muſý býti kwocyent — b, poněwadž — a × — b = + a b (n. 24. M.). Kdybychom wzali + b za kwocyent, tedybychom nabyli produktu — a × + b = — a b, cožby nebyl ten předložený dywidend, a t. d.

I. Gſauli welikoſtem koefficyenti předſazeni, třeba ge weſpolek gakož určité počty děliti, t. p. $\frac{4ab}{2a} = 2b$,

podobně $\frac{16 d^3 f g^4}{2 d f g^2} = 8 d^2 g^2$.

Nenjli koefficyent dělitele alikwotſký djl koefficyenta předſtaweného dywidendu, tedy geſt gich kwocyent zlomek, (n. 25. přjběh čtwrtý), t. p. $\frac{3a^2d^3}{4ad} = \frac{3ad^2}{4}$