žiti, nabudu dokázaným (n. 32.) prawidlem $\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$. Sſeſt ſedmin geſt třikrát wjc, než dwě ſedminy. Chcemeli proti tomu některý lomek zmenſſiti, tedy muſýme tolikrát gediné gmenowatel rozmnožiti, dle (n. 33.) k. p. chtělili bychom $\frac{3}{4}$, tři čtwrtiny dwakrát zmenſſiti, tedy nabudeme žádaného zmenſſeného lomku $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{8}$, třj oſmin, které gſau zagiſté dwakrát menſſj, než tři čtwrtiny.

35. Když ſe gak čtedlnjk, tak y gmenowatel ſtegným počtem rozmnožj, tedy ſe nemenj cena daného lomku.

Důkaz. Množenjm čtedlnjka zwětſſuge ſe lomek, množenjm pak gmenowatele zmenſſuge ſe lomek. A w naſſem přjběhu ſe zwětſſuge ſtegně lomek, y zmenſſuge (n. 32. 33.), pročež zwětſſenj ſe mařj zmenſſenjm, a cena lomku ſe nepromeňuge, k. p. $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$; také $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$; podobně $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$, a t. d. z čehož lze wſauditi, že geſt možné neſkončené množſtwj ſtegných lomků.

36. Když ſe dělj gediné čtedlnjk celým počtem, tedy ſe tjm lomek tolikrát zmenſſuge, kolikrát wězý gednička w děliteli. Když pak ſe dělj gediné gmenowatel celým počtem, tedy ſe zwětſſuge lomek tolikrát, kolikrát wězý gednička w tom děliteli.

Důkaz přjběhu 1. Dělenjm čtedlnjka nabýwáme tolikrát mjň djlů celoſti, kolikrát wězý gednička w děliteli; pročež menſſj počet djlů, (kterýchž geſt táž welikoſt, protože oſtal gmenowatel neporuſſený), muſý býti tolikrát menſſj, než prwnégſſj počet, kolikrát wězý gednička w děliteli, k. p. $\frac{4}{7} : 2 = \frac{2}{7}$; dwě ſedminy gſau owſſem dwakrát menſſj, než čtyři ſedminy.

Důkaz přjběhu 2. Dělenjm gmenowatele w tolikrát mjň djlů ſe dělj celoſt, kolikrát wězý gednička

w dě=

w děliteli; y djlowé též celosti gsau tjm wětssi, čjm gest gich mjň. Pročež stegný počet djlů, (protože ostal čtedlnjk neporussený), wětssjch, musý býti tolikrát wětssj, než prw menssjch djlů, kolikrát wězý gednička w děliteli, k. p. $\frac{3}{8} : 2 = \frac{3}{4}$; zagisté tři čtwrtiny gsau dwakrát wětssj, než tři osminy.

37. Když se tedy dělj gak čtedlnjk, tak y gmenowatel stegným počtem, tedy ostáwá cena lomků nepromĕněná.

Důkaz. Dělenjm čtedlnjka se zmenssuge lomek; dělenjm gmenowatele se zwĕtssuge lomek (n. 36.) Zde pak gest stegný dělitel, pročež se rusij zmenssenj zwětssenjm, a cena lomku ostáwá nepromĕněná, k. p. $\frac{12:2}{36:2} = \frac{6}{18}$ a $\frac{6:3}{18:3} = \frac{2}{6}$; ano $\frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$; pročež $\frac{12}{36} = \frac{6}{18} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Kdo newidj, že se dá tjm způsobem zmenssenými počty wsseligak týž lomek wyobrazyti?

38. Obecný dělitel dwau počtů gest ten počet, který gest alikwotský djl obau daných počtů, k. p. 16, a 24. Těchto počtů obecný dělitel gest předně počet 2, poněwadž $\frac{16}{2} = 8$, a $\frac{24}{2} = 12$, potom 8; poněwadž $\frac{16}{8} = 2$, a $\frac{24}{8} = 3$.

Neywětssj dwau počtů obecný dělitel gest ten neywětssj alikwotský djl obau počtů, tedy w přjkladu teď připomenutém neywětssj obecný dělitel gest osmička.

Prympočet w sobě (numerus in se primus) gest ten, gehož alikwotský djl gest gediné on sám, neb gednička, k. p. 5, neb 7, neb 11, neb 13; poněwadž gediné $\frac{5}{5} = 1$; neb $\frac{5}{1} = 5$ a t. d. Žádným giným počtem nelze wssech teď gmenowaných počtů dokonale děliti, leda sebau samými, neb gedničkau.

Prympočtowé mezy sebau numeri inter se primi, gsau dwa, neb wjc počtů takowých, kteřj nemagj žádného giného obecného dělitele, mimo gedničku,

k.

k. p. 3; 5; 7; 11 gſau prympočtowé mezy ſebau, tak také 9 a 8 ſau prympočtowé mezy ſebau.

Počet ſložený w ſobě, numerus compositus in se, geſt takowý, kterýž má mimo gedničku také giné počty gakož alikwotſké djly w ſobě, k. p. počet 12 má alikwotſké djly 1, 2, 3, 4, 6, 12, pročež geſt počet ſložen w ſobě.

Počtowé ſloženj mezy ſebau, numeri compositi inter se, gſau ti, kteřj magj mimo gedničku také giné počty za obecné dělitele, k. p. počet 9; a počet 27 gſau počtowé ſloženj mezy ſebau; poněwadž geſt gich obecný dělitel neb mjra (mensura communis) mimo gedničku také 3, a 9; neb $\frac{9}{3}=3$; a $\frac{27}{3}=9$, také $\frac{9}{9}=1$; a $\frac{27}{9}=3$.

39. Daný lomek menſſjmi počty wyobrazyti bez proměny geho ceny. Sauli čtedlnjk a gmenowatel počtowé mezy ſebau ſloženj, tedy ſe dělj geden y druhý obecným gich dělitelem; kwocyenti dagj žádaný lomek.

Důkaz geſt patrný (n. 37.) neb cena lomku ſe neměnj, a menſſjmi počty čtedlnjk y gmenowatel ſe wyobrazugj; protože geſt kwocyent wždy menſſj, než dywidend; poněwadž kwocyent a delitel gſau faktorowé dywidenda.

Přjklad. $\frac{54}{846}$ děljce čtedlnjk a gmenowatel dwogkau, nabudeme $\frac{54}{846}=\frac{27}{423}$; děljce čtedlnjk a gmenowatel tohoto lomku dewjtkau (n. 26.), nabudeme $\frac{27}{423}=\frac{3}{47}$, tedy $\frac{54}{846}=\frac{27}{423}=\frac{3}{47}$; kterýž poſlednj lomek ſe giž nedá rozdělati w menſſj počty, protože ſau čtedlnjk a gmenowatel prympočtowé mezy ſebau.

Podobně ſe třeba w neurčitých počtech zachowati, když máme který lomek ſkrownegi wyobrazyti, k. p. $\frac{a}{ab}=\frac{1}{b}$; protože gak čtedlnjk, tak y gmenowanowatel se dagj střz a děliti, y $\frac{a}{a}=1$, pak $\frac{ab}{a}=b$; pročež $\frac{ab}{ap}=\frac{b}{p}$.

Předně gest $\frac{a^m}{a^{2m}}=\frac{1}{a^m}$, poněwadž můžeme čitatele y gmenowatele čitatelem děliti, y $\frac{a^m}{a^m}=1$, pak $\frac{a^{2m}}{a^m}=a^m$ (n. 26. C.); tedyť $\frac{a^m}{a^{2m}}=\frac{1}{a^m}$. Wšak také $\frac{a^m}{a^{2m}}=a^{m-2m}=a^{-m}$ pročež $a^{-m}=\frac{1}{a^m}$. Z čehož se wyskytne welmi wzácná průpowěd, že každá důstogitost, magjc exponent odpjragjcý, rowna gest lomku takowému, gehož čitatelj gest 1, a gmenowatel táž důstognost magjc exponent danú, ale twrdjcý. Kteréž průpowědi otyčegně tjmto způsobem se dokazuge.

Má se dokázati, že k. p. $a^{-x}=\frac{1}{a^x}$; bych žádosti wyhowěl: dám welikosti a exponent twrdjcý x; pročež nabudu a^x; tuto důstognost rozdeljm welikostj a, magjcý dwakrát wětssj týž twrdjcý exponent. Nabudu tedy toho lomku $\frac{a^x}{a^{2x}}$. A tento lomek předně gest $\frac{a^x}{a^{2x}}=a^{-x}$ (n. 26. C.), zadruhé $\frac{a^x}{a^{2x}}=\frac{1}{a^x}$. Tedy dle axioma (dwě welikosti s třetj $\frac{a^x}{a^{2x}}$ stegné, gsau také wespolek stegné) wygde $a^{-x}=\frac{1}{a^x}$, čehož bylo dokázati.

40. Neywětſſjho obecného dělitele dwau daných počtu nalezti.

Wětſſj daný počet dělјm menſſјm; geſtli nic nezbýwá, tedy geſt žádaný ney wětſſj dělitel ten menſſj daný počet. Pakli co zbýwá, tedy tјm zbytkem dělјm předeſſlý dělitel; geſtli nic nezbude, tedy geſt žádaný počet ten prwnј zbytek. Pakli co zbude po dělenj, muſým tјmto nowým zbytkem předeſſlý zbytek děliti; a tuto práčy tak dlauho opakowati, dokud newygde buď žádného zbytku, neb wygde poſlednj zbytek gednička. W prwnјm přјběhu bude hledaný počet poſlednj dělitel; w druhém pak přјběhu ſe wygewj, že gſau danј počtowé prwnјpočtowé mezy ſebau, to geſt, že ſe nenalézá celého počtu, kterýmžby ſe dal čitedlnјk y gmenowatel bez wſſeho zbytku rozděliti neb dywidowati, pročež ſe nedá lomek takowý menſſјmi počty pſati.

Přјklad prwnј. Ať gſau danј počtowé 12, a 144, pročež 12 | 144 | 12

12
24
24
-0-

Geſt tedy neywětſſj obecný dělitel 12, a zagiſté $\frac{12}{12}=1$; $\frac{144}{12}=12$.

Přјklad druhý. Žádáme neywětſſjho dělitele obecného počtu 36, a 264, bude tedy 36 | 264 | 7

252
12 | 36 | 3
36
-0-

Žádaný neywětſſj obecný dělitel geſt 12, a zagiſté $\frac{36}{12}=3$; $\frac{264}{12}=22$, pročež $\frac{36}{264}=\frac{3}{22}$.

Přjklad třetj. Počtu 91, a 294 obecný neywětssj dělitel se nagde takto:

$$\begin{array}{rrrrr}
91 & | \; 294 & | \; 3 & & \\
 & 273 & & & \\
\hline
 & 21 & | \; 91 & | \; 4 & \\
 & & 84 & & \\
\hline
 & & 7 & | \; 21 & | \; 3 \\
 & & & 21 & \\
\hline
 & & & 0 &
\end{array}$$

Poslednj totiž dělitel 7 gest žádaný počet, a gistě $\frac{91}{7}=13$; pak $\frac{294}{7}=42$, tedy $\frac{91}{294}=\frac{13}{42}$.

Důkaz w určitých počtech přjkladu třetjho. Tento pak se wztahuge na wssecky giné, záleže w tom, že gest wždy dywidend stegný s produktem z dělitele a kwocyentu, k kterémuž se musý zbytek přidati, gestli gaky zbyl; pročež

$294 = 3\times 91 + 21$ také

$91 = 4\times 21 + 7$, konečně

$21 = 3\times 7$. Y sadme w druhé rownosti mjsto 21 stegnau cenu 3×7; nabudeme $91=4\times 3\times 7+7$; dále sadme w prwnj rownosti mjsto 91 cenu teď nabytau, a mjsto 21 opět 3×7; nabudeme $294=4\times 3\times 3\times 7+3\times 7+3\times 7$; y nenjli $\frac{91}{7}=\frac{4\times 3\times 7}{7}+\frac{7}{7}=12+1=13$, a $\frac{294}{7}=$ $\frac{4\times 3\times 3\times 7}{7}+\frac{3\times 7}{7}+\frac{3\times 7}{7}=36+3+3=42$?

Že pak tento dělitel tak nalezený gest neywětssj, toho lze takto dokázati: Deyme tomu, že gest wětssj dělitel obecný možný, musý tedy tento negen wězeti w prwnjm zbytku 21, ale y také w druhém, totiž w 7; y nemůžek wětssj počet než 7 w sedmičce wězeti, pročež gest wětssj obecný dělitel nemožný; z té přjčiny teď nalezený gest neywětssj.

W newr=

W newrčitých počtech děge se tento důkaz takto:

Buďiž dělitel, | dywidend | kwocyent
a | b | c

zbytek 1. d | a | kwocyent e

zbytek 2. f | d | kwocyent g

zbytek = 0

Pročež gako prwé $b = ac + d$;
$a = de + f$
$d = fg$

Postawme také w druhé rownosti místo d geho cenu fg, nabudeme $a = fge + f$; a w prwnj rownosti postawme místo a cenu teď nalezenau, a místo d předeššlau, nabudeme $b = fgec + fc + fg$. A kdož newidj, že $\frac{b}{f} = \frac{fgec}{f} + \frac{fc}{f} + \frac{fg}{f} = gec + c + g$ a $\frac{a}{f} = \frac{fge}{f} + \frac{f}{f} = ge + 1$, gest tedy f ten žádaný obecný neywětšj dělitel daných počtů, a, a b.

41. Daný lomek neymenššjmi počty bez rušenj geho ceny wyobraziti.

Hledeyme neywětššjho obecného dělitele, gak čitedlnjka, tak gmenowatele; tjmto oba dělme, a tak žádaný lomek nalezneme, k. p. $\frac{183}{1037}$ tento lomek měl by se w neymenššj počty zdělati, ať gest tedy dywizor | dywidend | kwocyent
183 | 1037 | 5
915

dywizor 122 | dywidend 183 | kwocyent 1
122

dywizor 61 | dywidend 122 | kwoc. 2
122

Ney-

Neywětšj obecný dywizor obau počtů gest poslednj nalezený gich dělitel 61, pročež tomu $\frac{183}{61} = \frac{183:61}{61:61} = \frac{3}{1}$

Wšecky možné alikwotské djly daného počtu nalezti.

Dle (num. 38.) dělj se daný počet swým neymenssjm dělitelem; nabytý kwocient také se dělj geho neymenssjm dělitelem, a též se zachowá v každého nowého kwocientu tak dlauho, až se konečně přigde na kwocient gedničku. Wssickni tedy alikwotssj djlowé daného počtu gsau ti dělitelé; druhé složenj pak alikwotssj dělitelé se naleznau, když se ti prwnj dělitelé předně po dwau, pak po třech, pak po čtyřech, a tak dále wespolek multyplikugj; a tjm způsobem se žádost wyplnj.

Důkaz. Wssickni prwnj dělitelé wespolek multyplikowanj činj daný počet; geli tedy tento počet a, a dělitelé b, c, d, e, tedy gest $a = bcde$. Pročež gest negen $\frac{a}{b} = cde$, $\frac{a}{c} = bde$, $\frac{a}{d} = bce$, $\frac{a}{e} = bcd$; ale také $\frac{a}{bc} = de$, $\frac{a}{bd} = ce$, $\frac{a}{be} = cd$, $\frac{a}{cd} = be$; $\frac{a}{ce} = bd$; $\frac{a}{de} = bc$, ano y $\frac{a}{bcd} = e$; $\frac{a}{bde} = c$; $\frac{a}{bce} = d$; $\frac{a}{cde} = b$; y konečně $\frac{a}{bcde} = 1$. Gsau tedy wssickni žádanj alikwotssj djlowé daného počtu a, 1, b, c, d, e, bc, bd, be, cd, ce, de, bcd, bde, bce, cde, bcde. Protože dle axioma když rowné welikosti děljme stegnau welikostj, wždy mysegj dáti stegné kwocienty.

Přje

Přjklad. Daný počet ať buď = 60. Tento gakož suda dá se děliti skrz 2. Pročež $\frac{60}{2} = 30$; opět $\frac{30}{2} = 15$; 15 pak se dá neymenssjm počtem 3 dokonale děliti, tedy $\frac{15}{3} = 5$ a $\frac{5}{5} = 1$. Máme tedy prwnj dělitele 1, 2, 2, 3, 5. Neb, nenjli $60 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$? Pročež gsau také alikwotnj djlowé tito $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, $2 \times 5 = 10$, $3 \times 5 = 15$, ano y $2 \times 2 \times 3 = 12$, $2 \times 2 \times 5 = 20$, $2 \times 3 \times 5 = 30$, konečně $60 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ gako prwé. Pissme ted dle přirozeného pořádku wssecky ty dělitele, každý toliko gednau, nabudeme: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

42. Dwa lomky w obecný gmenowatel bez rušenj gich ceny zdělati.

Prwnj prawidlo obecné. Prwnjho lomku gak čtedlnjk, tak y gmenowatel multyplikugeme gmenowatelem druhého; podobně druhého lámaného počtu čtedlnjk y gmenowatel multyplikugeme gmenowatelem prwnjho.

Důkaz. Tjm způsobem se neruššj cena daných lomků (ň. 37.) a obecného gmenowatele se nabude, protože musegj stegnj faktorowé také obráceným pořádkem stegný produkt způsobiti.

Přjklad. $\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{7}$. Těchto lomků obyčegného gmenowatele dosáhneme, zachowáwagjce dané prawidlo: $\frac{2 \times 7}{3 \times 7}$ též $\frac{5 \times 3}{7 \times 3}$ to gest $\frac{14}{21}$, $\frac{15}{21}$.

Prawidlo 2. Toliko pro ten přjběh, když gest geden gmenowatel alikwotský djl druhého. Tehdáž se dělj w mysli tento gmenowatel oným, a kwocyentem se množj gak čtedlnjk, tak y gmenowatel prwnjho lomku. Důkazu nenj třeba.

Přjklad. $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$. Poněwadž 3 w 9 wězý třikrát, tedy máme $\frac{2 \times 3}{3 \times 3}$ a $\frac{5}{9}$; to gest $\frac{6}{9}$ a $\frac{5}{9}$.

Prawidlo 3. Když ſyc nenj gmenowatel geden druhého alikwotſký djl, ale wſſak magj oba w ſobě ſpolečný alikwotſký djl. W té přjpadnoſti gežen y druhý gmenowatel tjm alikwotſkým djlem w myſli ſe děljj, a těmi kwocyenty celj ti lomkowé ſe naopak množj.

Wěkagj předně lomkowé gich celý nerušj proto, že ſe množj gak čtedlnjk tak y gmenowatel gedným počtem. Pak muſy obecný gmenowatel poſtj, neb geden y druhý má ſtegné faktory, ačkoli ne w gednom pořádku.

Přjklad. $\frac{2}{27}$ a $\frac{5}{36}$. Gmenowatelé těchto dwau lomků magj ſpolečný alikwotſký djl 9. Pročež děljm předně 27 dewjtkau; kwocyent bude trogka. Tauto budu množit celý lomek druhý. Potom budu dělit w myſli gako prwe 36 ſkrz 9, kwocyent bude čtwerka. Tjmto kwocyentem ſe muſý množit celý prwnj lomek. Pročež pogdau tito lomcy: $\frac{2\times4}{27\times4}$ a $\frac{5\times3}{36\times3}$. Pročež dané lomcy gſau ſtegnj w cenitě. Čtedlnjk 2 × 4, gmenowatel 3 × 9 × 4, druhý čtedlnjk 5 × 3, gmenowatel 4 × 9 × 3, z čehož každý widj, že gſau gmenowatelé ſtegnj. Pakli ſkutečně množjme ty připomenuté počty, doſáhneme těchto lomků $\frac{8}{108}$, $\frac{15}{108}$.

§. 44. Tři a wjc lomků w obecný gmenowatel zdělati.

Prwnj prawidlo obecné. Každého lomku ſe množj čtedlnjk a gmenowatel produktem wſſech giných gmenowatelů, cena těch lomků ſe nerušj, a doſáhne ſe obecného gmenowatele; gakž toho přjčina geſt giž každému powědoma.

Přjklad. $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$. Prwnj celý lomek ať ſe množj ſkrz 5 × 7, totiž 35; druhý ſkrz 3 × 7,

třetj, ſkrz 3 × 6, totiž 18, což ſe ſſikakto wyobra-
zyti: 35) $\frac{1}{3}$, 21) $\frac{3}{5}$, 15) $\frac{3}{7}$, neb když ſkutečně množ-
žjme $\frac{35}{105}$, $\frac{63}{105}$, $\frac{45}{105}$.

Druhé prawidlo, kteréhož užjwáme, kolikrát užjwati, když geſt gakýs počet (menſſj než produkt wſſech gmenowatelů) mezný, gehož wſſickni dělowé byli gmenowatelé. W této přjhodnoſti ſe dělj tento počet, wždycky zwláště, každým gmenowatelem, a tjmto kwocientem ſe množj gak čitedlnjk tak y gmenowatel toho lomku. Důkazu netřeba.

Přjklad. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$. Produkt wſſech gmenowatelů geſt 144. Geſt pak menſſj počet 36, kterýžto dělj, geſt každý daný gmenowatel. Pakli 36 dwogkau dělíme, kwocient geſt 18, tjmto tedy ſe muſý prwnj lomek množit; pakli ſe trogkau dělj 36, kwocient geſt 12, tjmto ſe muſý množiti druhý lomek, též potom ſe muſý množiti třetj dewjtkau, a čtwrtý ſſeſtkau. Pročež tjmto způſobem dá ſe ta práce wyobraziti: 18) $\frac{1}{2}$, 12) $\frac{2}{3}$, 9) $\frac{3}{4}$, 6) $\frac{5}{6}$ neb když ſe ſkutečně množenj wykoná $\frac{18}{36}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{30}{36}$. Geſſtě menſſj zlatý počet geſt w tomto přjkladu 12.

45. Tehož w neurčitých lomcých dokázati. Prawidla negſau od připomenutých rozdjlná, ale wykonati ge geſt mnohem ſnáze, než w určitých počtech; protože množenj w pjſmenech záležj gedině w poſtawenj gich wedlé ſebe.

Přjklad. Ať ſe lomkowé tito zdělagj w obecný gmenowatel $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, budeme mjti dle prawidel giž powědomých d) $\frac{a}{b}$, b) $\frac{c}{d}$ neb $\frac{ad}{bd}$, $\frac{bc}{bd}$. Podobně když bychom měli wjce lomků w obecný gmenowatel zdělati, rowně gako prwé ſe zachowáme.

Příklad 3. $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$, budeme [illegible] pravidla [illegible] $\frac{a}{b}$, [illegible] $\frac{c}{d}$, [illegible] $\frac{e}{f}$, neb $\frac{adf}{bdf}$, $\frac{cbf}{dbf}$, $\frac{ebd}{bdf}$.

§. 46. Dwau lomků magjcých stegný gmenowatel summa neb rozdjl gest summa neb rozdjl čtedlnjků, pod kterau summau neb rozdjlem se nalézá předesslý obecný gmenowatel.

Důkaz. Že musegj dwa lomkowé stegný gmenowatel mjti, aby ge bylo možné spolu addowati, neb geden od druhého odnjti, z toho wyplýwá, že lze addycý a subtrakcý gedině w počtech stegného druu wykonati. Tito pak sau tenkrát stegného dru, když se wztahugj na celost stegně rozdělenau. Tedy, ta celost gest gmenowatel, proto musegj oba lomcy stegný gmenowateli mjti. Summa pak gich, aneb rozdjl gest summa aneb rozdjl toljko čtedlnjků, proto že sau čtedlnjcy skutečně djlowé neb lomkowé celosti.

Příklad 1. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$. Že se obecný gmenowatel gen gednau pjsse, přjčina gest, že se musý gmenowatel, gakož celost pod summau djlů neb čtedlnjků psáti, abychom wěděli, w gaké djly gest celost rozdělena.

Příklad 2. $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$.

47. Dwa, neb wjc lomků summowati; též geden od druhého odniti; gakož y lomky k některému celému počtu přičjsti, neb od něho lomky odnjti, a to sice gak w určitých tak w neurčitých počtech.

Magjli dwa, neb wjc lomků stegné gmenowatele, umjme giž gich summu nalezti, pakli gmenowatele gsau rozličnj, musegj se dřjwe w stegný gmenowatel zdělati.

Příklad 1. $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{14}{21}+\frac{15}{21}=\frac{29}{21}$. Poněwadž pak tento lomek gest neprawý, tedy se musý čtedlnjk gmenowatelem dělit, a dosáhneme summy $=1\frac{8}{21}$.

Přj-

Přjklad 2. $\frac{3}{5} + \frac{7}{20}$. Poněwadž prwnj gmenowatel gest alikwotský djl druhého dle prawidla §. 43. giž daného, musý se gedině prwnj čtedlnjk a gmenowatel multyplikowati čtwerkau, aby se nabylo obecného gmenowatele. Pročež $\frac{3}{5} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} + \frac{7}{20} = \frac{19}{20}$.

Přjklad 3. $\frac{7}{15} + \frac{6}{25}$. Poněwadž oba gmenowatelé magj obecný alikwotský djl 5, nagde se dle prawidla §. 43. daného obecný gmenowatel 75 totiž $\frac{7}{15} + \frac{6}{25} = 5)\,\frac{7}{15} + 3)\,\frac{6}{25} = \frac{35}{75} + \frac{18}{75} = \frac{53}{75}$.

Přjklad 4. $\frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{4} = 20)\,\frac{2}{3} + 12)\,\frac{2}{5} + 15)\,\frac{3}{4} = \frac{40}{60} + \frac{24}{60} + \frac{45}{60} = \frac{109}{60} = 1\,\frac{49}{60}$. Poněwadž 60 kr. celý zlatý činj, tedy summa daných třj lomků, gestli se na zlatý wztahugj, působj geden zlatý, a čtyřidcet dewět kregcarů.

Přjklad 5. W neurčitých lomcých se budeme stegným způsobem řjditi. Tedy $\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{2a}{b}$. Podobně $\frac{e}{d} + \frac{c}{f} = \frac{ef}{df} + \frac{cd}{df} = \frac{ef+cd}{df}$, neginač $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{adf + bcf + bde}{bdf}$.

Též geden od druhého odnjti. Lomcy tito musegj mjti obecný gmenowatel gako w addycý; pakli ho nemagj, musegj se w obecný gmenowatel zděkati, a pak čtedlnjk subtrahenda se odegme od čtedlnjku minuenda, z též přjčiny gako w addycý.

Přjklad. $\frac{5}{19} - \frac{3}{19} = \frac{2}{19}$. Rowně kdyby byl minuend $\frac{2}{3}$ a subtrahend $\frac{3}{7}$, tedybychom nabyli $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$.

Gakýžkoli lomek k celosti přičjsti, neb od nj lomek odnjti. Z celého počtu učinj se lomek, když se pod njm gakož gmenowatel gednička postawj, z čehož dwa lomcy pogdau, a práce gako prw se wykoná.

Přjklad. $4 + \frac{3}{5} = \frac{4}{1} + \frac{3}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$.

Pe-

Poznamenání. Počet takowý, který gest z celosti, a lomku složen, slowe smjšený. Pročež lomek k celosti přičjsti, tolik gest, co smjšený počet w neprawý lomek obrátiti.

Nejprwé gestli slussné [illegible] toto prawidlo [illegible]. Smjšený počet w neprawý lomek se zdělawá, když se mnozj celý daný počet gmenowatelem, čjtatel pak se přidá k produktu, a pod tau summau se napisse gmenowatel.

Příklad: $7\frac{2}{3}$ [illegible] lomek [illegible] celého počtu odgjmati [illegible] z celého počtu lomek [illegible] podpise gednička [illegible] substrakcý se wykoná, gak gest obyčegně w lomcých.

Příklad. [illegible] $= 7\frac{3}{7}$.

Gináč [illegible] celý počet se [illegible] dwa djly, tak aby byl gedenkrát gednička [illegible] gednička se zdělá w lomek s týmž gmenowatelem, kterýž lomek podrží. Nabude se tedy [illegible] zbytku, když se [illegible] celého počtu [illegible] se přidá zbytek gednoho lomku [illegible]

[illegible] příklad [illegible] $= 7 + [illegible] = 7\frac{3}{7}$. Z čehož wyplýwá toto [illegible] prawidlo: chceš-li někerý celý počet o lomek zmenssiti, dosáhneš toho, když zmenssíš celý o gednicku, čjtatel pak daného lomku od gmenowatele odegmeš, a pod tjm zbytkem podepsiš daný gmenowatel. W nassem příkladu $8 - \frac{4}{7}$ zmenssíme 8 o [illegible] 7, zbudau [illegible] zbytek totiž $7\frac{3}{7}$.

Podobně $10 - \frac{5}{8} = 9\frac{3}{8}$ a t. d. Stegným způsobem, kdyby měl k welikosti a býti přidán lomek $\frac{b}{c}$, budeme mjti $\frac{a}{1} + \frac{b}{c} = \frac{ac}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$, též $\frac{a}{1} - \frac{b}{c} = \frac{ac-b}{c}$.

48. Geden lomek druhým množiti, a též celým počtem a lomkem konati.

Čitedlnjk multyplikandy se množj čitedlnjkem množitele, též y gmenowatel onoho se množj gmenowatelem tohoto; prwnj produkt gest čitedlnjk žádaného produktu z těch lomků; druhý pak produkt gest gmenowatel téhož.

Důkaz. Když se má geden lomek druhým množiti, musý se tolikrát zmenssiti, kolikrát wězý gednička w gmenowateli druhého; a mal by se spolu tolikrát zwětssiti, kolikrát w sobě obsahuge čitedlnjk druhého gedničku. Zmenssenj lomku, gakž gest giž známo, se působj skrz multyplikacý gmenowatele daným počtem; zwětssenj pak skrz multyplikacý čitedlnjka daným počtem. Pročež se musý čitedlnjk množitele čitedlnjkem multyplikandy, a gmenowatel tohoto gmenowatelem onoho multyplikowati.

Příklad, s kterým se, což třeba dobře pamatowati, hned na giſté wěcý pocyl, wsak na wssecky wůbec wztahuge, ať gest tento: $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$. Když se magj čtyři pětiny dwěma třetinami multyplikowati, gest wíce zřetedlné a ugewné, že se magj od čtyř pětek dwě třetiny wzýti. Nedle, kterak nebudeme gedné třetiny čissniti, gakž se swrchu dokázalo, skrz multyplikacý gmenowatele 5 gmenowatelem 3, nebt se gmenssj tjmto způsobem lomek $\frac{4}{5}$ třikrát. Zdwogpak se w ném dwě třetiny ze čtyř pětek wzýti, protož se nadussy ten giž třikrát zmenssený lomek gesstě dwakrát zwětssiti, t. g. musý se čitedlnjk 4 skrz 2 multyplikowati. Tedy $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4\times2}{5\times3}=\frac{8}{15}$. Podobně $7\times\frac{3}{4}=\frac{7}{1}\times\frac{3}{4}=\frac{7\times3}{1\times4}=\frac{21}{4}$. Rowně w gewrčitých počtech

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.\quad\text{Též } a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}.$$

[illegible] multyplikacý prawých lomků [illegible] menšj, než gest každý faktor; protož [illegible] lomku gest menšj než ko- řen [illegible] (čili kostka) gest geště menšj [illegible]

[illegible] lomky stegný gmenowatel, gest ten wětšj, který má wětšj čedlnjk, neb on oka- zuge, že [illegible] djlů [illegible] lokti wzatých. Pakli ma- gj dwa lomky stegné čedlnjky, gest ten wětšj, který má menšj gmenowatel, proto že gest každý djl lo- kti [illegible] wětšj, čjm [illegible] měl. Tedy k příkladu čtwrtý djl lokte gest wětšj než osmý djl lokte. Pakli dwa lomky nemagj ani čedlnjků ani gmenowa- telů stegných; musýme, abychom mohli rozsauditi, kte- rý gest wětšj, gedno obecný gmenowatel zdě- lati, a tu zagisté seznáme, že gest ten wětšj, kte- rý má wětšj čedlnjk. K příkladu [illegible] a [illegible] bude [illegible] > wětšj než [illegible] protož [illegible] > než [illegible]. Toto se musylo napřed postawiti, abychom našj [illegible] dokonale potwrdili. Ať gsau dwa faktoři prawj lomkowé tito: $\frac{3}{7} \times \frac{2}{8}$, gich produkt gest [illegible] [illegible] že $\frac{3}{7} > \frac{6}{56}$. Abychom se o tom přeswědčili, zdeláme $\frac{3}{7}$ w gedenmeno gmenowa- tel s produktem; čehož dosáhneme, když multypli- kugeme gak 3 tak 7 skrz 8, protož bude $\frac{3}{7} =$ [illegible] [illegible] > než 6, protož také $\frac{3}{7} > \frac{6}{56}$; tjm způsobem [illegible] $= \frac{?}{56}$. [illegible] 21 > 6, z čeho také [illegible] [illegible]. Protož přjčina toho gest, že wychá- zý produkt z dwau prawých lomků, to gest z takowých, kde gest čedlnjk menšj, než gmenowatel, když menšjm počtem čedlnjk každého fakto- ra a wětšjm gmenowatel multyplikugeme, a proto každý faktor wjc menšjme, než zwětšugeme.

Protož gest kwadrát takowého lomku menšj než kořen, a kostka gest geště menšj než kořen.

Kwa-

Kwadrát některéhó počtu geſt produkt toho počtu ſebau multyplikowaného, tedy chcemeli kwadrátu kteréhoſ lomku nabyti, muſýme geg ſebau multyplikowati. A kwadrát geſt produkt, ankořen geſt daný lomek, produkt pak, gakž ſe dokázalo, menſſj, než každý lomek, pročež geſt také kwadrát menſſj než kořen, který geſt prawý lomek.

Přjklad. $(\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$; tedy $\frac{4}{9} < \frac{2}{3}$. Též ginák ſe dokazuge, že koſtka některého prawého lomku geſt menſſj než kořen; neb geſt mnohem wjc zmenſſen daný lomek w koſtce, než byl zmnožen. Tedy $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ menſſj, než $\frac{4}{9}$, a mnohem menſſj než $\frac{2}{3}$. Nebť, když zděláme w geden gmenowatel tyto lomky, bude w prwnj přjpadnoſti $\frac{2}{3} = \frac{18}{27}$, po druhé přjpadnoſti $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$. A $\frac{4}{9} < \frac{2}{3}$. Tento kwadrát geſt o dwě gedničky menſſj než kořen; koſtka pak $\frac{8}{27} <$ o deſet gednjček než kořen.

50. Geden lomek druhým děliti, ať gſau wěcj, aneb newěcj, též wykonati, když geſt buď dywidend celý počet, a dělitel lomek, neb tento dywidend, a onen dělitel.

Lomek dělitel ſe naopak poſtawj, a ſkrze něg tak naopak obrácený lomek dywidend ſe multyplikuge. Neb ginač aťť oſtane lomek dělitelem tak gak geſt, bez zmenſſeného obrácenj, a gmenowatel geho ať ſe multyplikuge čitedlnjkem dywidenda, a čitedlnjk dělitele ať ſe množj gmenowatelem dywidenda, tedy bude žádaný kwocyent lomek, kteréhož čitedlnjk bude produkt prwnj a gmenowatel produkt druhý.

Důkaz. Že geſt každý lomek kwocyent, to ſme giž ſwrchu nawrhli (n. 30.); čitedlnjk totiž toho lomku ge dywidend a gmenowatel geſt dělitel. A zde geſt dwau přjpadnoſtj pozorowati: Buď magj dwa lomky ſtegný gmenowatel, neb nemagj. W prwnj přjpadnoſti každému přigde na myſl, že když chceme lomek lomkem děliti, doſáhneme za kwocyent lomku, kteréhož nebo když čedlník gest čedlník dywidenda, a gmenowatel čedlník dělitele, protože se mohau mjti čedlnjcy lomků, stegný gmenowatel magjcých, za celé počty. Přjklad to wysvětlj. Ať gest dywidend 6 kr. neb $\frac{6}{60}$, dělitel pak 3 kr., neb $\frac{3}{60}$. Kdož medle nepozná, že musý býti kwocyent 2 neb $\frac{6}{3}$? Negili pak lomek dywidend, a lomek dělitel nestegné gmenowatele, tedy se musý w stegný zdělati, a tudy zpět pogde prwnj připadnost; dle které bude kwocyent lomek, čedlnjk magjcý čedlnjk nowého dywidenda, a gmenowatel čedlnjk nowého dělitele. A dokáže se, že gest tento kwocyent také onomu rowen, který wycházý, když lomek dělitele opak obrátjme, a dywidendem multyplikugeme.

Přjklad. Budiž dywidend lomek $\frac{2}{3}$, dělitel $\frac{5}{7}$. Dle prwnjho prawidla budeme mjti $\frac{2}{3}:\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$. Pakli zděláme dané lomky w geden gmenowatel, dostaneme $\frac{2}{3}=\frac{14}{21}$ a $\frac{5}{7}=\frac{15}{21}$. Pročež dle druhého prawidla $\frac{14}{21}:\frac{15}{21}=\frac{14}{15}$. Neníli ten lomek stegný s oným, který prwnj prawidlo poslal? W neurčitých počtech musýme stegně se zachowati. Tedy ať gest $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$. Kdyby oba lomky měli stegný gmenowatel, na příkladu: $\frac{a}{b}:\frac{c}{b}$, tedyby byl kwocyent $\frac{a}{c}$, neb kdybychom dělitel opak obrátili, a dywidendem multyplikowali, takbychom též nalezli; wezměme to $\frac{a}{b}:\frac{c}{b}=\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{bc}$. A zde se může gak čedlnjk, tak y gmenowatel welikostj b děliti bez rušenj ceny toho lomku, a pogde $\frac{ab}{bc}=\frac{a}{c}$.

Též

Též wyklasti, když buď dywidend gest celý počet, a dělitel lomek, aneb naopak dywidend lomek, a dělitel celý počet, onen dělitel.

Buď dywidend a, a dělitel $\frac{b}{c}$. Položme, že počtu a lomek píšíce pod nim 1, a tak pogdau dwa lomcy, proto $\frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$. Geli dywidend lomek, a dělitel celý počet, rozumj se z toho též gako prwé lomek, a tedy $\frac{b}{c} : \frac{a}{1} = \frac{b}{c} \times \frac{1}{a} = \frac{b}{ca}$. Podobně se w přjkladech počtech zachowáme.

57. Geſtli dywidend a dělitel prawý lomek, tedy gest kwocyent každý wětšj než dywidend.

Důkaz. Dělitel gakožto prawý lomek má wětšj gmenowatel, než čitedlnjk. A musý se gmenowatelem toho dělitele čitedlnjk dywidenda, a čitedlnjkem dělitele gmenowatel dywidenda multyplikowat. Protož gest kwocyent dywidend wjcekrát rozmnožený, než zmenšený, a proto gest wětšj než dywidend.

Přjklad: $\frac{3}{5} : \frac{5}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{25}$. Gá vgišťugi, že $\frac{21}{25} > \frac{3}{5}$. Aby to bylo každému patrné, ať se gen zdělá lomek $\frac{3}{5}$ w geden gmenowatel s kwocyentem $\frac{21}{25}$, čehož dosáhneme, když gak 3, tak y 5 budeme skrz 4 multyplikowati, tedy bude $\frac{3}{5} = \frac{15}{25}$. Které gest $\frac{21}{25} >$ než $\frac{15}{25}$, to gest $\frac{21}{25} > \frac{3}{5}$. Proč? protože byl lomek dywidend $\frac{3}{5}$ sedmkrát rozmnožen, a gen pětkrát zmenšen. Neb se množj lomek, gak gest známo, skrz multyplikacý čitedlnjka některým počtem, a zmenšuge se skrz multyplikacý gmenowatele některým počtem.

W smjssených počtech, to gest, w těch, kterj sau z celých a lomků složeni, wssecky čtyři práce wykonati, gak w určitých, taky w neurčitých počtech.

Obecné prawidlo: Učinj se z každého smjssené ho počtu nepráwý lomek, tedy s těmito smjssenými počty wssecky práce neginač wykonáme, než s lomky, ať gsau určitj, neb neurčitj počtowé. Počneme od neywětssých počtů.

Addycy. Budiž geden smjssený počet $a + \frac{c}{d}$, druhý $e + \frac{f}{g}$. Rozdělywmež předně oněm a tento smjssený počet w lomky, budeme mjti $a + \frac{c}{d} = \frac{ad + c}{d}$, též $e + \frac{f}{g} = \frac{eg + f}{g}$. Pročež bude summa, když w geden gmenowatel oba lomky zděláme, $= \frac{adg + cg + edg + df}{dg}$. W určitých počtech $2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$, druhý pak smjssený počet ať gest $3 + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$, gich summa bude $\frac{8}{3} + \frac{15}{4} = \frac{32}{12} + \frac{45}{12} = \frac{77}{12} = 6\frac{5}{12}$.

Subtrakcy se rowně tak činj, gako addycy, když misto + mezy lomky z těch smjssených počtů wedlé — postawjme. Příkladů připomjnati se ostýchám.

Multyplikacy. Budiž multyplikand $a + \frac{b}{c}$, a množitel $d + \frac{e}{f}$, postawme $a + \frac{b}{c} = \frac{ac + b}{c}$, též $d + \frac{e}{f} = \frac{df + e}{f}$. Pročež $\left(\frac{ac + b}{c}\right) \times \left(\frac{df + e}{f}\right)$. Podobně w určitých počtech budiž multyplikand $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$, množitel $4\frac{5}{6} = \frac{29}{6}$, pročež bude produkt $\frac{8}{3} \times \frac{29}{6} = \frac{232}{18} = 12\frac{16}{18} = 12\frac{8}{9}$.

Dy-