powyſſme na mocnoſt exponenta n, a nabudeme $a^n : a^n m^n = b^n : b^n m^n$, kteráž ſrownánj ſau ſtegná, protože geſt obau exponent m^n.

Sedmý způſob geſt ten, gakž známo, když dobudeme ze wſſech čtyř audů kořene daného exponenta. Budiž konečně opět $a : am = b : bm$, bude dle toho způſobu $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{am} = \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{bm}$. Poněwadž pak, kdykoli ſe má z některého produktu kořene dobyti, toho třeba dobyti z každého faktora, pročež lze tuto proporcý gináč takto pſáti: $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{m} = \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{b}\sqrt[n]{m}$, exponent pak prwnjho ſrownánj bude

$$\frac{\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{m}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{m},$$

a druhého ſrownánj bude exponent

$$\frac{\sqrt[n]{b}\sqrt[n]{m}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{m}.$$

Negſauli w obau ſrownánjch ſtegni exponenti? pročež ſe nezruſſj proporcý tjmto způſobem tak gako wſſemi ginými.

Napomenutj. Ať má čtenář těch ſedm způſobů wždy před očima, nebť ſe z nich dokazuge welmi užitečných průpowědj w celé Matematyce, zwláſſť pak w Geometryi. Oſtaychalť ſem ſe mjſto neurčitých welikoſtj určité počty poſtawiti, protože to může každý bezewſſj těžkoſti k ſwému upokogenj učiniti.

121. **Ke třem audům čtwrtý, neb ke dwěma třetj, neb mezy dwěma proſtřednj proporcyonálnj aud nalezti.**

K třem audům čtwrtý proporcyonálnj ſe nalezne, když ſe rozmnožj druhý třetjm, a produkt ſe zdělj prwnjm audem. Kwocyent geſt žádaný čtwrtý aud.

Dů-

Důkaz. Ať sau tři danj audowé a, b, c, čtwrtý nepowědomý buďiž x; tedy třeba, aby bylo $a:b = c:x$, z které proporcý pogde tato rowność $ax = bc$ (§. 117.). Žádá se teď wěděti x, musý se tedy od té welikosti a skrz dywizý odlaučiti, která se na obau stranách činj, aby se stegnosti nezrussilo. Máme tedy $\frac{ax}{a} = \frac{bc}{a}$, neb w skutku lewý aud děljce, nabudeme $x = \frac{bc}{a}$. Aby se tedy nalezl čtwrtý žádaný aud x, musý se zmnožiti b druhý aud třetjm c, a produkt zděliti prwnjm a; čehož bylo dokázati.

Ginác. W každé proporcý geometrycké gest produkt z prwnjho a čtwrtého audu stegný s produktem z druhého a třetjho. Kdybychom dělili produkt z prwnjho a čtwrtého audu prwnjm, musylby býti kwocyent čtwrtý aud gakož druhý faktor toho produktu; poněwadž pak hledáme čtwrtého audu, wezmeme mjsto produktu z prwnjho a čtwrtého audu s njm stegný produkt z druhého a třetjho audu, a tento prwnjm děljce nabudeme stegného kwocyenta, totiž čtwrtého audu, protože dle axioma kwocyenti býwagj stegnj, když se dělj dwa stegnj produktowé tauž welikostj.

Kterak se nagde k dwěma daným audům třetj proporcyonálnj?

Odpowjdám: Když se rozdělj kwadrát druhého prwnjm, kwocyent bude žádaný třetj aud.

Důkaz. Žádáli se k welikostem a, b, třetjho proporcyonálnjho audu y, tedyť bude $a:b = b:y$, pročež $ay = b^2$, z čehož pogde gako prwé $y = \frac{b^2}{a}$, což gest zagisté kwocyent, genž pocházý skrz dywizý kwadrátu druhého audu prwnjm audem děleného.

Mezy

Mezy dwěma danýma audy nalezne se prostřednj, když se zmnožj tito wespolek, a z gich produktu se dobude kwadrátnjho kořene.

Důkaz. Danj audowé ať sau a a c; prostřednj mezy nimi nazwaný budiž z, bude tedy $a:z = z:c$, pročež $z^2 = ac$. Abychom měli gediné z, a stegnosti nezrussili, třebať na obau stranách kořene kwadrátnjho dobyti, který bude $z = \pm\sqrt{ac}$.

122. Co gest Regule Detry neb zlatá regule, kdy gi lze gmenowanými počty wykonati, a gak se magj klásti danj tři počtowé?

Regule Detry gmenuge se teď nalezený, a dokázaný způsob, kterakby se nalezla ke třem daným welikostem čtwrtá proporcyonálnj. Tato regule gest dwognásobnj: gedna slowe řádná (directa), druhá zpátečnj (inversa). Onano se koná, gakž gest giž oznámeno, když se množj druhá welikost třetj, a ten produkt se dělj prwnj, kwocyent gest čtwrtá žádaná welikost. Tato pak zpátečnj wykonáwá se dle prawidla počitářů, když množjce prwnj welikost druhau, děljme gegj produkt třetj, kwocyent gest hledaná welikost. Nenj pak třeba toho prawidla, ponewadž se můžeme dle způsobu předesslého, neb řádné regule detry zprawowati, když gen dané welikosti náležitě postawjme. Užjwámeli počtů negmenowaných, může se w nich regule detry wždy wykonati. Pakli sau danj počtowé gmenowanj (§. 4.), třebať pozor dáti, zdali sau dwa a dwa z nich stegného dru, a zdali dwa powědomj počtowé tak se wespolek srownáwagj, gakož se srownáwá počet daný třetj s nepowědomým čtwrtým stegného dru. U p. Bylaby otázka, kolik zlatých se bude platiti za 5 liber kterého zbožj, když gest cena dwau liber téhož zbožj sedm zlatých? Dalik se zde tři počtowé: 2 ℔, 5 ℔, a 7 zl. Těmito počty

lze

lze reguli detry činiti, ſkrz kteraubychom nabyli čtwrtého počtu, t. g. počtu zlatých, kteréby pět liber ſtálo, protože ſe ſrownáwagj ti dwa počtowé ſtegného dru, to geſt, tjže dwau liber, a pěti liber, tak weſpolek, gako gich ceny, ſedm zlatých, a tolik zlatých, kteřjby ſe měli za pět liber platiti. Zde ať geſt čtwrtý žádaný počet x, zagiſték bude $x = \frac{5\times7}{2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$, pročežby ſtálo pět liber toho zbožj $17\frac{1}{2}$ zl., to geſt, ſedmnáct zlatých, třidcet kregcarů. Wůbec tedy ſe nedá gmenowanými počty regule detry wykonati, ale muſegj býti wěcy wyznamenané proporcyonálnj. Wſſak ſau negen ceny proporcyonálnj rozličné tjže téhož zbožj, ale také ſau y práce proporcyonálnj čaſu, w kterém ſe konagj ſtegnau pilnoſtj, práce také ſau proporcyonálnj, a ſyce řádné platu, též y množſtwj dělnjků. Také ſau proporcyonálnj okolkům (circumferentia) dyametrowé kol, kola pak (circuli) negſau proporcyonálnj dyametrům, ale gich kwadrátům, a t. d.

Kterak pak ſe magj danj tři gmenowanj počtowé klaſti?

Tjmto způſobem: počet, na který ſe wztahuge ten, gegž chceme wěděti, pjſſe ſe na třetj mjſto, počet ſ tjmto gednoho dru neb ſtegného gména klade ſe na prwnj mjſto, třetj pak daný počet přigde do proſtředka, kteréž prawidlo zaſluhuge, aby ſe pamatowalo a wykonalo, protože ſe z takowého poſtawenj daných počtů ſnadno ſezná, zdaliby ſe měla regule detry řádná neb zpátečnj wykonati. Znamenj mezy těmi počty nečinj ſe giná, než gakých ſme w proporcý až poſawad užjwali. V přjkladu: Chtělbych wěděti, gaký aurok mi wydá wložený kapitál tiſýc pět ſet zlatých? Toho abych ſe dowěděl, třebať wěděti aurok ze ſta zlatých, ten geſt za na-

ſſich

ssich časů powolen 5 zl., máme tedy tři dané počty 100 zl., 5 zl., gakož aurok z wložených 100 zl., a tisýc pét set. Nedle gak zpořádáme ty počty? který gest z nich, na negž se wztahuge žádaný počet? Zagisté 1500 zl., pročež geg třeba na třetj mjsto postawiti; gednoho gména s njm gest počet 100 zl., neb toho se zde pozoruge rowně, gako nějaké wložené summy. Ten tedy prwnj mjsto wezme, mezy ně se postawj třetj počet, aurok 5 zl., čtwrtý hledaný počet se gmenuge x, tedy budeme mjti náležitau proporcý $100 : 5 = 1500 : x$. Gisté 100 zl. tak se srownáwá s swým aurokem 5 zl., gak se musý 1500 zl. srownati s swým aurokem x zl.; nebť čjm wětssj gest třetj aud, než prwnj, podobněť bude také aud čtwrtý x wětssj, než druhý, protože bude wždy tjm wětssj aurok, čjm wětssj gest kapitál. Bude tedy $x = \frac{5 \times 1500}{100} = 5 \times 15 = 75$; gest tedy hledaný aurok 75 zl. Průbu lze takto wykonati: Hledeymež totiž k 5, k 100, a k počtu teď nalezenému čtwrtého proporcyálnjho, budeliť tento $= 1500$, budeme vgisstěni, že sme nepochybili. Wykoneyme tedy tuto prácy: $5 : 100 = 75 : y$, pročež $y = \frac{7500}{5} = 1500$. Smeť tedy vgisstěni o dokonalosti práce. Ale proč? Gen zpomeňme, že se dle §. 120 proporcý invertendo neruss; a zdali sme w nassj probě nevčinili z prostřednjch audů konečné, a z konečných prostřednj? Gakým způsobem se poznáwá, máli se konati Regule detry zpátečnj, třebať porčiti. Tento způsob záležj w tom, že když sme dané počty dle předepsaného pořádku náležitě postawili, musýme skaumati, gestli neni ten pořádek proti smyslu dané otázky. Kdyby byl skutečně proti němu, tedy se wykoná regule detry zpátečnj. V přjkladu:

Dwa nádennjcy vdělagj gistau prácy, která se tu gediné mjnj, a nenj žádným počtem vrčena, za pět dnj, chtjce pak gi spjsse wykonanau mjti; zgednali bychom misto dwau, sedm nádennjků. Otázka, w kolika dnech tito tu prácy wykonagj? Poněwadž počet 7 gest ten, na který se wztahuge neznámý počet dnj, pročež třeba, aby stálo 7 nádennjků w třetjm mjstě, počet 2, který také nádennjky znamená, w prwnjm, a počet daných dnj w prostředku; hledaný pak počet budiž z, máme tedy $2:5=7:z$, kterýž pořádek gest gistě proti smyslu, když dáme na wěcy, které se třmi počty wyznamenáwagj, bedliwě pozor. Nebt třetj aud gest wětssj, než prwnj, pročežby musyl také počet čtwrtý wětssj býti než druhý, to gest: sedmi nádennjkůmby bylo třeba wjc dnj k wykonánj té práce, kterau mohau 2 nádennjcy w pěti dnech wykonati. Tot se owssem s prawdau nesrownáwá, protože může wjc nádennjků rowně tak pilně pracugjce dřjwe též wykonati, co oni. Musý se tedy regule detry zpátečnj konati, a bude dle powědoméh prawidla $z=\frac{2\times 5}{7}=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}$. Tedykby bylo třeba gednoho dne a $\frac{3}{7}$ gednoho dne těm nádennjkům k wykonánj gim nařjzeného djla. Řjdili sme se dle prawidla počitářů; nebude pak nám toho třeba, když postawjme audy, gak náležj; totiž třetj aud na prwnj mjsto přesadjme; předesslý prwnj aud včiňme druhým, a druhý předesslý včiňme třetjm, a pogde $7:2=5:z$, pročež neginač, než gako w pořádné reguli detry bude $z=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}$, a zagisté gest tu slussný pořádek wěcý těmito počty wyznamenaných, gako se totiž wětssj počet nádennjků 7 s menssjm 2 srownáwá, tak se srownáwá také wětssj počet dnj 5 s menssjm počtem dnj $1\frac{3}{7}$. Následugj rozličnj přjkladowé, w kterých se bude řádné, y zpátečnj regule detry vžjwati.

Přj=

Přjklad prwnj. Budiž daný kapitál newrčitý a zl., a newrčitý aurok ze 100 zl. budiž n, nalezti aurok daného kapitálu a. Ponewadž se wztahuge neznámý aurok x na počet a, počet pak 100 gest s a stegného dru, tedy budau audowé w tomto pořádku státi: $100 : n = a : x$, pročež $x = \frac{na}{100}$; gest tedy žádaný aurok stegný s produktem z auroku ze sta zlatých a z daného kapitálu děleným skrz 100. Každý zagisté to poznáwá, že sme nalezli pogednau aurok gakéhokoli kapitálu a, nebk mjsto n a mjsto a lze gakýkoli počet postawiti. Gá přestanu na gednom přjkladu, protožeby gich bylo wjc zbytečné. Budiž tedy $a = 100000$ zl. $n = 6$ zl., bude tedy aurok $\frac{600000}{100} = 6000$ zl. a t. d.

Přjklad druhý. Někdoby měl ročné služby 600 zl., kdyby ho ta služba omrzela, žádá se wěděk, gakéhoby mu bylo třeba kapitálu, kterýby mu wydáwal aurok stegný s ssesti sty zlatými, když se počte ze 100 zl. auroku 5 zl.? Abychom dali na tuto otázku odpowěd, kteráby y wssem podobným otázkám dost včinila; gmenugme wůbec žádaný kapitál x, daný ročnj wýnos b, a aurok gako prwé ze 100 zl. n. Ponewadž počet b gest ten, na který se wztahuge neznámý x, a b gakož aurok (z neznámého kapitálu x) gest s aurokem n (ze sta zlatých) gednoho dru; pročež budau mjti audowé dle prawidla tento slussný pořádek $n : 100 = b : x$, a $x = \frac{100b}{n}$. Nagde se tedy wůbec z daného auroku kapitál, když se dělj daný aurok stokrát wzatý, skrz aurok z gednoho sta. W nassem vrčitém přjkladu bude owssem $x =$

$\frac{100 \times 600}{5} = \frac{60000}{5} = 12000$ zl., gestliže aurok ze sta zlatých bude 5 zl.

Přjklad třetj. Nalezti, za kolik let aurok z gakéhokoli kapitálu tolik zlatých činj, co kapitál? Odpowěd: Žádaná léta se naleznau, když se zdělj 100 zl. swým aurokem. Gestli tedy wůbec procent neb aurok ze 100 zl. $= n$, tedy gest hledaný počet let $x = \frac{100}{n}$.

Důkaz. Budiž neurčitý kapitál a, geho aurok neznámý y. Tedy gest $y = \frac{na}{100}$, (přjklad prwnj). Žádá se wěděti, za kolik let bude stegný s daným kapitálem a? Poněwadž pak se gmenuge ten neznámý počet let x, pročež se musý aurok $\frac{na}{100}$ gjm množiti, a produkt musý býti stegný s kapitálem a. Máme tedy rownost $\frac{na}{100} \times x = \frac{nax}{100} = a$, té pak stegnosti nezrussjme, množjce oba audy skrz 100, pročež bude $\frac{100\,nax}{100} = 100\,a$, neb $nax = 100\,a$. Ted lze bez auhony stegnosti děliti oba audy skrz na, a nabudeme $\frac{nax}{na} = \frac{100\,a}{na}$, neb $x = \frac{100}{n}$. Nebylolit toho dokázati? Budeli tedy aurok $n = 4$, bude $x = \frac{100}{4} = 25$. Gestli tedy béřeme ze sta zlatých 4 zl. auroku, bude za dwadcet pět let summa wssech auroků, z gakéhokoli kapitálu, rowná půgčenému kapitálu. Kdyby aurok n byl $= 5$ zl., třebaby

bylo

bylo gedině dwadcet let. Každý se může o tom w určitých počtech přeswědčiti. Budiž v příkladu a = 1000 zl., aurok z takowého kapitálu gest giště 50 zl., když gest aurok ze sta zlatých 5 zl.. Prawjm, že za dwadcet let bude tento aurok s kapitálem stegný. Nenjli 50 zl. $\times 20 = 1000$ zl.? a t. d.

Příklad čtwrtý. Gistý pánby učinil smlauwu s swým služebnjkem, že mu ročně dá 100 zl. A chtělby ten služebnjk za padesát šest dnj ze služby gjti, čjm mu bude pán powinen? Zagisté počet padesát šest dnj přigde na třetj mjsto, a rok obyčegný = 365 dnj na prwnj, do prostředka pak 100 zl., hledaný počet x konečně bude čtwrtý, pročež proporcý wygde $365 : 100 = 56 : x$, pročež $x = \frac{5600}{365} = 15\frac{125}{365}$ zl. Tento lomek lze menssjmi počty předstawiti; nebo děljce gak čtedlnjk, tak gmenowatel skrz 5, nabudeme $\frac{25}{73}$; dále, tento lomek zděláme w kregcary, množjce 25 skrz 60, a děljce skrz 73, tedy bude $\frac{25}{73}$ zl. = 20 kr. a $\frac{40}{73}$ kr. Tento opět lomek zděláme w wjdenské; z kterýchž nabudeme $\frac{40}{73}$ kr. = 2 wjdenských neb penjžků, a $\frac{14}{73}$ gedn. wjd., když budeme čtedlnjk 40 množiti skrz 4, a produkt pak skrz 73 děliti. A tento poslednj lomek se může giž opustiti, poněwadž nižssj mince nemáme, a gest menssj než polowice wjdenského; o čemž se může každý přeswědčiti, když wezme čtedlnjk dwakrát, nabude zagisté $\frac{28}{73}$. Gest pak $\frac{28}{73}$ menssj než gednička, pročež také $\frac{14}{73}$ menssj gest, než polowice. Dostane tedy ten služebnjk za 56 dnj swé služby 15 zl. 20 kr. a 2 wjdenské.

Příklad pátý. Někdo kaupil 15 loket sukna za 9 kop, gak draho mu přigde 5 loket? Mezy těmi třmi wěcmi, otázka gest 5 loket, s tau otázkau gest počet gednoho gména neb dru 15 loket, třetj daný počet gest 9 kop; protož zpořádey dané počty takto:

15 loket postaw na prwnj místo, 9 kop do prostředka, otázku pak na třetj místo zadu proti prawé ruce takto: $15:9=5:x$. Zde se dá wlastě praktyky užjwati, záležj pak toto zkrácenj a polehčenj práce w zmenssenj některých audů proporcý, skrz které zmenssenj y multyplikacý, y dywizý mensſjmi počty se bude mocy činiti bez auhony proporcý. Dokázali sme swrchu, že když se dělj prwnj a třetj aud stegným počtem, proporcý se neruſſj (§. 120.). Děljce tedy prwnj a třetj aud skrz 5, budeme mocy mjsto předeſſlé proporcý tuto psáti $3:9=1:x$. Dále se může geſſtě bez auhony proporcý prwnj a druhý aud děliti skrz 3 (§. 114.); pročež nabudeme mjsto nynězſſj proporcý této: $1:3=1:x$. Gest tedy žádaný počet $x=\frac{3\times 1}{1}=3$. Byloby tedy pět loket za 3 kopy. Tento přjklad gest wytažen z knjžky, dwě stě, sedmdesát ſſest let staré, kterau dal wytisknauti w Normberce u Frydrycha Peypusa roku 1530. Ondřeg Klatowský. Gegj nápis takto znj: Nowé knjžky o počtech na cyfry, a na lynye, přitom některé welmi užitečné regule, a přjkladowé mince rozličnj, podlé běhu kupeckého krátce a užitečně sebranj.

Přjkladowé regule detry zpátečné.

Přjklad prwnj. Některý wůdce w pewnosti má zásobu potřebných wěcý, že mu lze gimi 10000 mužů skrz 6 mesýců wyžiwiti. Mělo by pak oblezenj té pewnosti 8 měsýců trwati. Mnoli mužů tau zásobau bude mocy wyžiwiti? Počet 8 měsýců gest ten, na který se odwoláwá hledaný; pročež přigde na třetj mjsto, a 6 měsýců, gakož počet stegného s njm gména na prwnj, mezy nimi 10000, hledaný počet budiž x; pročež bude pořádek audů tento $6:10000=8:x$. Gest pak tento pořádek proti smy=

smyslu, protožeby musyl x počet wětssj býti, než druhý aud 10000, poněwadž třetj aud 8 wětssj gest, než prwnj 6, gest pak toto owssem proti smyslu, aby se mohlo wjc lidj déle tauž zásobau wyžiwiti, než méně lidj w kratssjm času; pročež se musý zde regule detry zpátečnj wykonati, neb slussný tento pořádek včiniti $8:6=10000:x$, a bude $x=\frac{60000}{8}=7500$. Muže tedy wůdce gen 7500 mužů skrz osm měsýců wyžiwiti, ostatnj musý časně z pewnosti wypustiti.

Přjklad druhý. Gestli mi třeba na oděw, osm čtwrtek ssirokého sukna, 4 loket; kolik loket mi bude třeba na týž oděw, když bude sukno gedenáct čtwrtj ssiroké? Počet, na který se tážeme, gest zde $\frac{11}{4}$, přigde na třetj mjsto. S njm gednoho dru počet $\frac{8}{4}$ přigde na prwnj mjsto, a třetj daný počet 4 do prostředka. Žádaný x bude počet čtwrtý, pročež gest pořádek audů dle obyčegného prawidla tento: $\frac{8}{4}:4=\frac{11}{4}:x$. Prwnj a třetj aud skrz 4 množjce, nezrussjme proporcý, pročež nabudeme $\frac{4\times 8}{4}:4=\frac{4\times 11}{4}:x$, neb skutečně děljce $8:4=11:x$. Gest pak zde třetj aud wětssj než prwnj, pročežby musyl také býti čtwrtý x wětssj, než druhý, což gest proti smyslu, neb ssirssjho sukna třebať zagisté méně loket, než vžssjho; třebať tedy zde reguli detry zpátečnj wykonati, pročež bude prawý pořádek $11:8=4:x$, a $x=\frac{32}{11}=2\frac{10}{11}$. Byloby mi tedy třeba toho ssirssjho sukna gediné dwau loket, a $\frac{10}{11}$ gednoho loktu, neb dwau loket a něco přes $\frac{3}{4}$ gednoho loktu.

Přj=

Přjklad třetj. Někdoby měl dostati 50 žegdljků mělnického wjna, mák pak pro ně swé láhwice poslati. Do každé z těch láhwic wegde se půl druhého žegdljka; medle kolik třeba láhwic pro padesát žegdljků? Owssemkby padesát láhwic třeba bylo, kdyby se do gedné láhwice gen geden žegdljk wessel. Kolik medle láhwic třeba, když se wegde do gedné půl druhého žegdljka? A owssemk méně, než padesát. Na třetj místo přigde zde počet $1\frac{1}{2}$, to gest $\frac{3}{2}$, neb tři půlky žegdljka, a gednička, neb geden žegdljk přigde na prwnj, pročež 50 do prostředka, a žádaný počet x bude čtwrtý. Pořádek wygde tento, $1 : 50 = \frac{3}{2} : x$. Poněwadž pak třetj aud gest wětssj než prwnj, tedyby musyl býti čtwrtý aud wětssj než druhý, což gest owssem proti smyslu, aby bylo třeba pro padesát žegdljků wjc láhwic, než padesát, z kterých každá obsahuge půl druhého žegdljka w sobě. Pročež se činj regule detry zpátečnj. Budet tedy slussný pořádek: $\frac{3}{2} : 1 = 50 : x$, a $x = 50 : \frac{3}{2} = \frac{50}{1} : \frac{3}{2} = \frac{50}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$. Třebaby tedy bylo 33 láhwic a $\frac{1}{3}$ gedné láhwice, neb skoro 34 láhwic.

123. Magjce před sebau dwě proporcý, třebaž y rozdjlného exponenta, můžeme z nich gednu prawau proporcý včiniti, když budeme audy gednoho gména wespolek množiti.

Důkaz. Budiž gedna proporcý $a : am = b : bm$
druhá — $c : cq = d : dq$

Zdek sau audowé gednoho gména a, c, též am, cq, proto že sau prwnj předcházegjcý, tito pak prwnj následugjcý audowé, rowně b, d sau gednoho gména, gakož druzý předcházegjcý, též bm, a dq, gakož druzý následugjcý audowé, pročež musý býti $ac : amcq = bd : bmdq$. Gistěk se tak srownáwá ac s amcq, gako se srownáwá bd s bmdq, protože gest w obém srownánj stegný exponent mq.

Přj-

Přjklad prwnj. $2 : 4 = 3 : 6$
$3 : 9 = 2 : 6$

Zdali nenj $6 : 36 = 6 : 36$?

Přjklad druhý. $1 : 4 = 3 : 12$
$5 : 15 = 1 : 3$

Zdali y zde nenj $5 : 60 = 3 : 36$?
Owssemt obě proporcý sau prawé, protože magj stegný exponent swých srownánj.

Připamatowánj. Kdyby tu bylo y wjc proporcý rozličných exponentů, a audowé gich stegného gména wespolek se množili, tedyby byli gich produktowé též proporcyonálnj, protože se dagj dwě proporcý dle důkazu w gednu zdělati, kteráž sauc množena třetj proporcý dle wykázaného prawidla, opět dá gednu. Audy této nowé proporcý množme skrz audy stegného gména čtwrté proporcý, dagj opět gednu proporcý, a t. d. kteréž prawdy se má welmi wážiti, protože gest gj hrubě třeba w Mechanyce, když se tam mluwj o točenj poslednjho kola, které gest spogeno s giným také se točjcými.

124. Gestli sau následugjcý audowé gedné proporcý předcházegjcý audowé druhé proporcý, tedy sau ostatnj čtyři audowé obau proporcý řádně proporcyonálnj, což Latinjcy gmenugj ordinatim & ex aequo.

Důkaz. Budiž prwnj proporcý $a : b = c : d$, w této sau následugjcý audowé b, d; ať sau tito předcházegjcý w druhé proporcý, v p. $b : f = d : g$; má se dokázati, že činj gich rozličnj audowé tuto proporcý: $a : f = c : g$, čehož se dokáže welmi snadně a patrně takto: Množme audy gedného gména wespolek a nabudeme $ab : bf = cd : dg$ dle §. 123. W prwnjho srownánj audowé se dagj děliti skrz b, a druhého

hého ſkrz d, čjmž ſe předce gich exponenti neruſſj (§. 114.); pročež wygde $\frac{ab}{b} : \frac{bf}{b} = \frac{cd}{d} : \frac{dg}{d}$, to geſt a : f = c : g, čehož bylo dokázati.

125. Geſtli ſau proſtředni audowé gedné proporcý ſtegnj s zewnitřnjmi audo druhé proporcý, tedy ſau oſtatnj čtyři audowé obau proporcý zpátečné proporcyonálnj; což Latinjcy gmenugj perturbatim & ex æquo.

Důkaz. Prwnj proporcý budiž a : b = c : d, w které ſau proſtředni audowé b, c, ať ſau audowé tito zewnitřnj w náſledugjcý proporcý b : f = g : c. Dokázati ſe má, že a : f = g : d, čehož ſe dokáže welmi ſnadně a patrně takto: Včiňme z obau proporcý rownoſti, z prwnj pogde bc = ad, z druhé pak bc = fg. Mámeť zde dwě welikoſti ad, též fg, s třetj welikoſtj bc ſtegné, pročež muſegj býti dle powědomého axioma (§. 12.) také weſpolek ſtegné; geſt tedy ad = fg. Ze dwau pak ſtegných produktů lze včiniti proporcý (§. 119.), bude tedy a : f = g : d, čehož bylo dokázati. Zbytečné mi ſe zdálo mjſto pjſmen vrčité počty poſtawiti.

126. Když máme koliſkoli ſtegných srownánj, bude ſe ſumma wſſech předcházegjcých audů s ſummau wſſech náſledugjcých audů srownáwati, gako ſe každý předcházegjcý aud srownáwá s ſwým náſledugjcým.

Důkaz. Ať ſau tři aſpoň ſtegná srownánj a : am = b : bm = c : cm, ſumma wſſech předcházegjcých audů geſt a+b+c, wſſech náſledugjcých am + bm + cm, nenjli a + b + c : am + bm + cm = a : am? protože geſt w obém srownánj ſtegný exponent m. Může pak ſe také mjſto a : am poſtawiti buď b : bm, neb c : cm, poněwadž ſau tato srownánj s oným ſtegná. Srownáwá

wnáwá se tedy summa wssech předcházegjcých audů s summau wssech následugjcých, gako každý předcházegjcý aud s swým následugjcým. Kteráž prawda gest, bych wssého giného vžitečného zatagil, základ regule towaryšstwa (regulæ societatis).

127. Daný počet w dwa djly tak rozděliti, aby se srownáwal geden djl tjm způsobem s druhým, gako se srownáwá geden celý daný počet s druhým celým daným.

Daný počet budiž a. Ten se má w dwa djly rozděliti, kteřjby se tak wespolek srownáwali, gako se srownáwagj dwa danj počtowé b s c. Gistěk newjme těchto djlů, pročež gmenugme prwnj djl x, druhého pak nabudeme, když od celého počtu a odegmeme x, pročež se představj druhý djl skrz $a-x$. Kterak se má medle srownáwati x s $a-x$? dle průpowědi, tak gako se srownáwá b s c. Máme tedy proporcý $x : a-x = b : c$, z které pogde rownost $cx = ab - bx$. Poněwadž sau na obau stranách audowé, w nichž se nalézá neznámá welikost x, třebak tedy z prawé strany $-bx$ na lewau přesaditi, což se stane, když na obau stranách $+bx$ přisadjme, tjm nerussjce stegnosti dle powědomého axioma nabudeme $cx+bx = ab-bx+bx$, neb $cx+bx = ab$, aneb když rozděláme na lewé straně produkt w faktory, a multyplikacý gediné okážeme, bude $(c+b)x = ab$, pročežby zbylo x na lewé straně samo, budeme na obau stranách skrz $c+b$ děliti, a wygde $\left(\frac{c+b}{c+b}\right)x = \frac{ab}{c+b}$ neb $x = \frac{a.b}{c+b}$, a to gest prwnj hledaný djl, kterého se nabude, když se zmnožj daný počet a prwnjm audem b daného srownánj, a ten produkt se rozdělj skrz summu obau daných audů $c+b$. Druhého pak djlu $a-x$ se dosáhne, když se postawj misto x

ceny

cena teď nalezená $\frac{ab}{c+b}$. Bude tedy druhý djl, gegž gmenugi $y = a - \frac{ab}{c+b} = \frac{a}{1} - \frac{ab}{c+b}$. Když prwnj lomek $\frac{a}{1}$ zděláme w geden gmenowatel s druhým, nabudeme $\frac{a}{1} = \frac{ac+ab}{c+b}$, pročež $y = \frac{ac+ab-ab}{c+b} = \frac{ac}{c+b}$. Druhý tedy djl se nalezne, když se zmnožj daný počet a druhým audem c daného srownánj, a produkt se dělj skrz summu obau audů toho srownánj, t. g. skrz $c+b$. Podobněby se nalezli tři djlowé daného počtu a, kteřjby se tak wespolek srownáwali, gako tři celj danj počtowé b, c, d. Neginačbychom se při tom zachowali, kdyby se měl některý počet w čtyři, w pět, a t. d. djlů rozděliti, genžby dle daných tolik počtů wespolek se srownáwali, tolik se djlů požádá.

128. **Kterak se spolu srownáwagj dwa včinkowé, když negsau stegnj ani gich půwodowé, ani časowé, w kterých působj ti půwodowé ty včinky.**

W té přjpadnosti dwa včinkowé se tak wespolek srownáwagj, gako se srownáwagj produktowé z gich půwodů a časů.

Důkaz. Budiž prwnj včinek E, druhý včinek e, půwod prwnjho včinku C, a čas T; druhého pak včinku půwod c, a čas t. Má se tedy dokázati, že $E : e = CT : ct$. Abychom se snáze o prawdě této proporcý přeswědčili, třeba bude dwau průpowědj dokázati. Prwnj z těchto průpowědj znj takto: **Wčinkowé w geden čas působenj se wespolek srownáwagj, gako gich půwodowé.** Každému pochopitedlně to wyložj tento přjklad: Nenjli aurok včinek kapitálu? Geden včinek E buď $= 5$ zlatým z kapitálu $C = 100$ zl.,

dru=

druhý pak včinek e = 10 zl., aurok totiž z 200 zl. Zde gest owssem týž čas, totiž geden rok, w kterém se zýsstj včinkowé ze dwau rozličných kapitálů, neb půwodů těch aurokůw. Zagisté gest tato proporcý prawá 5 : 10 = 100 : 200, poněwadž gest stegný exponent w obau srownánjch. Druhá z těchto průpowědj znj takto: Gsauli časowé rozdjlnj, půwod pak týž; tedy se srownáwagj včinkowé z téhož půwodu pocházegjcý, gako časowé. Zůstaňme w wysswětlenj této prawdy při nassem přjkladu. Budiž E = 5 zl., e = 10 zl.; T = 1 neb gednomu roku, t = 2 dwěma letům, budeme mjti prawau proporcý 5 : 10 = 1 : 2, to gest: Včinkowé z gednoho půwodu způsobenj, srownáwagj se tak, gako časowé, w kterých se způsobili, protože aurok 5 zl. gest ročnj aurok ze sta, a 10 dwauletý aurok také ze sta. Ted wezmeme třetj včinek x, genžby pocházel z gednoho půwodu C s prwnjm včinkem E, a w času t se způsobil, gakož včinek e, který se též w tom času t působj. Aby tomu čtenář lépe porozuměl, napissme pod každý včinek geho půwod a čas, a budeme mjti:

$$
\begin{array}{ccc}
E & e & x \\
C & c & C \\
T & t & t
\end{array}
$$

Ted přirowneyme E k x, a budeme mjti dle prwnj průpowědi E : x = T : t, přirownagjce pak x k e, nabudeme dle druhé průpowědi x : e = C : c. Množjce audy stegného gména (123.) těch dwau proporcý wespolek, dosáhneme Ex : ex = CT : ct. Může pak se předcházegjcý a následugjcý aud prwnjho srownánj skrz x děliti bez zrussenj exponenta (§. 114.), pročež wygde E : e = CT : ct, čehož bylo dokázati. Pjssjce pak druhé srownánj mjsto prwnjho, a prwnj mjsto druhého, budeme mjti

CT : ct = E : e. Pročež skrz reguli detry $e = \frac{ct \times E}{CT}$.

Zde máme základ regule tak nazwané Quinque, neb

ta.

takowé regule, kteráž wčj, z pěti daných počtů ſſeſtý proporcyonálnj nagjti. Nenj třeba žádného nowé-ho prawidla, abychom ſnáze ſrozuměli této reguli, protože geſt giž ſſeſtého počtu e cena tu předſtawena.

Přjklad gediné připomenu. Někdo wěda, že gemu kapitál tiſýc zlatých za pět let auroku dá 250 zl., chtělby wěděti, coby mu dal auroku kapitál 12000 zlatých za ſedm let? Zde ſe muſegj neurčitj počtowé ſlušně danými určiti. Geſt pak zagiſté $C = 1000$, $T = 5$, $E = 250$, $c = 12000$, $t = 7$, kteréž určité počty napjſſjce mjſto pjſmen, nabudeme

$$e = \frac{12000 \times 7 \times 250}{1000 \times 5},$$ kdež geſt e žádaný ſſeſtý počet. Může pak ſe na prawé ſtraně ſtogicý lomek menſſjmi počty předſtawiti, neb když budeme děliti předně gak čtedlnjk, tak gmenowatel ſkrz 1000, a pak ſkrz 5, wygde $12 \times 7 \times 50 = e$. Ted ſkutečně množjce nagdeme $4200 = e$, což geſt žádaný ſedmiletý aurok z kapitálu dwanácti tiſýc. O prawdě tohoto počtu můžeme ſe tjmto způſobem znowa ugiſtiti: Učiňme dwakrát reguli detry, a ſyc prwnj, mjnjce týž prwnj wložený kapitál tiſýc zlatých, a wědauce, že za pět let dá auroku dwě ſtě padeſát zlatých, hledeyme, co dá za ſedm let, bude tedy pořádek audů dle prawidla známého (§. 122.) tento

$5 : 250 = 7 : x$, pročež $x = \frac{250 \times 7}{5}$, to geſt $x = 50 \times 7 = 350$, a to geſt aurok z tiſýce zlatých za ſedm let.

Ted wykoneyme druhau reguli detry, minjce w nj týž čas ſedm let, takto ſe tažme: Pakli 1000 zlatých za 7 let dá auroku 350 zlatých, co dá auroku za týž čas kapitál 12000 zlatých? Bude ſlušný pořádek těchto počtů $1000 : 350 = 12000 : y$,

pro-

pročež $y = \frac{12000 \times 350}{1000} = 12 \times 350 = 4200$ zl. Gest tedy žádaný aurok ginau cestau hledaný týž, pročež nelze o geho prawdě rozumnému člowěku pochybowati.

Napomenutj. Důkaz té průpowědi, že se včinkowé wespolek tak srownáwagj, gako produktowé z gich půwodů a časů, w nichž půwodowé působj, gest nad mjru wzácný, a w giných překrásných matematyckých vměnjch gest ho často třeba, pročež se má w paměti zachowati. Tak v přjkladu w Mechanyce neb vměnj o pohybowánj dokazuge se, že cesty stegnau nezměněnau rychlostj wykonané, tak se wespolek srownáwagj, gako produktowé z rychlosti a času. Aby tomu čtenář lépe porozuměl, budiž rychlost $C = 8$, kterau nezměněnau se wykonala prwnj cesta $= S$, w času $T = 4$ hodin, druhá pak cesta $= s$ rychlostj $c = 1$, w času $t = 2$ hodin se wykonala; tedy postawjce $E = S$, a $e = s$, bude $S : s = CT : ct$, neb w vrčitých počtech $S : s = 8 \times 4 : 1 \times 2 = 8 \times 2 : 1 = 16 : 1$. Gest tedy prwnj cesta šestnáctkrát wětšj než druhá. Neginač se dokáže, že lidnost gedné země se srownáwá s lidnostj druhé země, gako množstwj lidu w těch zemjch, a zpět gako těch zemj prostranstwj. Wjc přjkladů netřeba připomjnat.

129. Gest giž třeba, abych čtenáři oznámil ty regule, kterých počitáři obyčegně vžjwagj.

Prwnj budiž regula societatis, neb Regule Towaryšstwa, která se tenkrát koná, když sau dané dwě summy, a swé djlowé prwnj summy sau powědomi, druhé pak summy se hledá djlů, kteřj magj býti djlům prwnj summy proporcyonálnj. Prawidlo, kterak se magj danj počtowé postawiti, gest

toto :

joto: Na prwnj mjsto přigde summa, kteréž djlowé sau powědomi, na druhé mjsto přigde summa, kteréž djlů se hledá, na třetj pak mjsto přigde prwnj djl daný, a skrz reguli detry nagde se prwnj žádaný. Podobně chtjce mjti druhý djl z druhé summy, nechagjce summy daných djlů na prwnjm mjstě, též summy neznámých djlů na druhém, na třetj mjsto postawjme druhý djl dané prwnj summy, a opět nalezneme skrz reguli detry druhý djl žádaný, a t. d. Mám za to, že každý giž srozumjwá, kolikrát se zde musý regule detry wykonati? zagisté tolikrát, kolik djlů gest daných, a kolik žádaných. Základ této regule gest giž položen w §. 126. a 127. Důkaz gegj zde gesstě gednau powjm. Ať sau tři danj djlowé neb celj počtowé f, g, h, a gich summa $f+g+h=a$; budiž druhá summa $=b$, a gegj djlowé neznámj x, y, z, pročež $x+y+z=b$. Tito pak neznámj djlowé magj býti proporcyonálnj k známým f, g, h. Musý tedy býti

$$f:g=x:y$$
$$g:h=y:z$$

w obau proporcých činjce alternando, bude $f:x=g:y$, a w druhé též alternando $g:y=h:z$; dwě pak srownánj s třetjm $g:y$ stegná, sau také wespolek stegná, pročež sau tři srownánj stegná, totiž $f:x=g:y=h:z$ a dle §. 126. $f+g+h:x+y+z=f:x$, též $f+g+h:x+y+z=g:y$, konečně $f+g+h:x+y+z=h:z$. Ted mjsto wssech djlů $f+g+h$ postawj se a, a mjsto wssech djlů $x+y+z$ napjssjce b, budeme mjti

$$a:b=f:x$$
$$a:b=g:y$$
$$a:b=h:z,\ \text{pročež}\ x=\frac{bf}{a},\ y=\frac{bg}{a},\ z=\frac{bh}{a},$$

čehož bylo dokázati. Nenjli pak cena žádaných djlů stegná s tau, kterau sme §. 127. nalezli, kdež se dokázalo, že se prwnj djl něktrého daného počtu b nagde, když se zmnožj tento počet b prwnjm audem k daných srownánj, a zdělj skrz summu wssech da=

ných