ných audů $f+g+h=a$, protože $x=\frac{bf}{a}$ také gest $=\frac{bf}{f+g+h}$. Tolik slussj mjniti o druhém a třetjm žádaném djlu.

Přjklad prwnj z knjžky Ondřege Klatowského zde giž gmenowaného. Tři se složili w towaryšstwu, prwnj dal 20 zl. $=f$, druhý 33 zl. $=g$, třetj 45 zl. $=h$, kterau summau zýskali 35 zl. $=b$. Otázka gest, gaký djl toho zysku každému náležj? Odpowěd: Gmenugme djl prwnjho x, druhého y, a třetjho z; bude $x=\frac{35\times20}{20+33+45}=\frac{35\times20}{98}=\frac{700}{98}$ $=7\frac{14}{98}$ zl.; $y=\frac{35\times33}{98}=\frac{1155}{98}=11\frac{77}{98}$ zl.; $z=\frac{35\times45}{98}=\frac{1575}{98}=16\frac{7}{98}$ zl.

Průba. Tři nalezenj počtowé musegj činiti summu stegnau s daným zyskem $=35$ zl. Prw tedy addugme lomky $\frac{14}{98}+\frac{77}{98}+\frac{7}{98}=\frac{98}{98}=1$; pak addugme celé počty $7+11+16=34$, k čemuž když přidáme gedničku, wygde celý zysk $=35$ zl. Kdyby se chtělo wěděti, kolik kregcarů činj každý z těch lomků, musylby se každý čtedlnjk skrz 60 množiti, a produkt gmenowatelem 98 děliti. Tok nebude, gakž se naděgi, nikomu nepowědomé.

Přjklad druhý z též knjžky. Tři kaupili koně za 68 zl., magj pak se srownáwati gich podjlowé na tu summu, gakož $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; otázka gest, co z nich má každý dáti? Zde gest $f=\frac{1}{2}$, $g=\frac{1}{3}$, $h=\frac{1}{4}$, pročež $f+g+h=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6+8+3}{12}$ (dle §. 44.) $=\frac{17}{12}$

$=a$, $68=b$; pročež pro prwnjho bude proporcý $\frac{17}{12}:68=\frac{1}{2}:x$; pro druhého $\frac{17}{12}:68=\frac{2}{3}:y$, pro třetjho $\frac{17}{12}:68=\frac{1}{4}:z$. Neb množjce w každé proporcý prwnj a třetj aud skrz 12, nabudeme:

$$17:68=\frac{12}{2}:x$$

$$17:68=\frac{12\times 2}{3}:y$$

$$17:68=\frac{12}{4}:z$$

neb

$$17:68=6:x$$

$$17:68=8:y$$

$$17:68=3:z.$$

Dále se může w každé té proporcý prwnj a druhý aud skrz 17 děliti, což činjce, nabudeme

$$1:4=6:x$$

$$1:4=8:y$$

$$1:4=3:z,$$

pročež prwnj dá na koně $x = 24$ zl.
druhý $y = 32$ —
třetj pak $z = 12$ zl., kterých peněz summa 68 zl.; práce tedy gest bez chyby.

1. Poznam. Kdo žádá wjc přjkladů, dost gich nagde gak w knjžce teď gmenowané, tak y w giných podobných.

2. Poznam. Tato regule towaryšstwa včj, kterakby dle přirozeného práwa každému slussný djl zysku se dal, kterého zasloužil swým wětssjm neb menssjm wydánjm, pracý, a t. d. Mám za to, že sem tu tak potřebnau reguli důkladně wyswětlil. Stogj na tom wýborný muž Kästner, gak wtipný včitel Matematyky, tak y básnjř, že w práwjch zběhlj této regule bez rozumu buď hágj, neb se gj protiwj. Naděgik se, že se to žádného z mých bývalých žáků netkne.

Regula falsi simplicis, & duplicis positionis gest regule z gednoho neb z dwau počtů dle ljbosti wzatých,

G

a neprawých, prawý počet nalezti. Budeme mluwiti prw o reguli gednoho neprawého počtu, pak o druhé. Onano gest třmi prawidly obmezena.

Prwnj prawidlo. Takowý počet se wymyslj, kterýby byl pohodlný k snadněgssj odpowědi na otázku..

Druhé prawidlo. Musýme skaumati, zdali ten wymysslený počet otázce dosti včinj. Gestli se skutečně s nj srownáwá, tedy gest on ten hledaný počet, pakli se nesrownáwá, tedy se musý

Třetjho prawidla vžjwati, kteréž wečj, reguli towaryšstwa činiti.

Přjklad. Byloby sto zlatých mezy dědice rozděliti, a sys tak, aby dostal prwnj dědic dwakrát wjce než druhý, a druhý třikrát wjc než třetj. Otázka, gaké bude každého dědictwj? Wezmemeli dle ljbosti pro třetjho dědice tuto částku: totiž 2 zl., tedyby byla částka druhého 6 zl., a prwnjho 12 zl., summa těch částekby possla = 20 zl. Owssemk gest wymysslený počet 2 zl. neprawý, protože summa wssech třj částek gest menssj než sto zlatých; musý se tedy dle prawidla třetjho regule towaryšstwa wykonati. Nebt máme tu dwě summy, gedna gest 20, gegiž djlowé sau powědomi, druhá gest 100, kteréž djlů se žádá, pročež dle prawidla na prwnj mjsto proporcý přigde 20, na druhé 100, na třetj 2, na čtwrté x. Žádané dědictwj třetjho dědice nalezneme skrz proporcý $20:100=2:x$, pročež $x=\frac{100\times 2}{20}$ $=\frac{200}{20}=10$ zl., a totok gest podjl třetjho. Dědictwj druhého gest dle obmezenj otázky třikrát wětssj, než třetjho, pročež $=30$ zl., a prwnjho dwakrát wětssj než druhého, pročež $=60$ zl. Nenjli pak $10+30+60=100$? Nalezli sme tedy z neprawého počtu prawý.

Poznam. Kdo se naučj Algebře, netřeba mu ani této ani násedugjcých regul. Chcyt hned čtenáře swého o tom přeswědčiti. Widj se, že nalezenj druhého a prwnjho djlu dědictwj w známosti třetjho djlu záležj. Budiž tento x, druhý bude 3 x, třetj pak 6 x, a gich summa musý býti stegná s celým dědictwjm 100 zl., pročež se dosáhne rownosti $x+3x+6x=100$ zl., neb $10x=100$ zl., a aby zbylo na lewé straně samo x, budeme oba audy skrz 10 děliti, wygde $x=10$ zl. gako prwé; pročež částka druhého 30 zl., a prwnjho 60 zl. Giž wyložjm reguli o dwau neprawých počtech. Prawidla této regule sau tato:

Prawidlo prwnj. Za žádaný počet wezmi gakýkoli tobě pohodlný, a tento bude slauti hypotezý prwnj. Ten počet tak zděley, gak tomu chce otázka; nevčinjli dosti té otázce, chybu napiš pod hypotezý.

Prawidlo druhé. Wezmi opět giný gakýkoli počet, který bude slauti hypotezý druhá, ten zděley podobně náležitě dle otázky, a gestli na ni zcela neodpowj, postaw chybu pod druhau hypotezý.

Prawidlo třetj. Gestli sau obě chyby wětssj než žádaný počet, předstawj se gim znamenj +, pakli sau menssj, nabudau před sebe znamenj —.

Prawidlo čtwrté. Z těch dwau hypotezý nagde se odpowěd na otázku skrz reguli detry takto: Postaw na prwnj mjsto rozdjl těch dwau chyb, pakli budau obě stegná znamenj +, neb — před sebau mjti. Kdyby pak gedna chyba měla před sebau +, a druhá —, tedy postaw na prwnj mjsto summu těch chyb. Na druhé mjsto napjsseš rozdjl mezy hypotezými, na třetj pak gednu neb druhau chybu. Čtwrtý proporcyonálnj počet k té hypotezý se přisadj, z které possla postawená chyba na třetjm mjstě proporcý.

gestli

gestli ta chyba gest menssj, než prawý počet; kdyby pak byla chyba wětssj, tedyby se musyl nalezený čtwrtý proporcyonálnj počet od hypotezý odnjti. Znamenj, že otázce třeba dwau neprawých počtů, gest toto: Když k počtu, který se wzal dle ljbosti, musý se také připočtěliti některý w otázce daný počet, aby se činilo s oným dle ljbosti wzatým podlé wlastnosti otázky. tenkrát třeba dwau neprawých počtů. Patrně postawjm, gak se těch prawidel užjwá. Antonjn gest dwakrát starssj, než Karel, a mimo to mu gesstě čtyři léta. Pawel pak gest tak starý gako Antonjn y Karel, a mimo to mu gesstě 6 let. Wssem třem w hromadu gest 60 let. Otázka, kolik let gest každému z nich? Budiž wěk Karlůw 1 rok, kterýž bude hypotezý prwnj. Ten počet zděley dle wlastnosti otázky, a nalezneš, žeby bylo Antonjnowi $2+4=6$ let, Pawlowi pak, gako oběma prwnjm, a mimo to 6 let, byloby $1+6+6=13$ let. Summa wssech těch wěků gest $=20$ let, owssem neprawý počet, protože má býti summa 60 let, pročež gest chyba -40 let. Opět wezmi wěk Karlůw 2 léta, bude tedy hypotezý druhá 2, z toho rsaudjš, žeby bylo Antonjnowi $=4+4=8$ let, Pawlowi pak $2+8+6=16$, a summa wssech třj wěků $=2+8+16=26$ let, opět neprawý počet, nebby měla summa býti 60 let, pročež chyba -34 let. Osau tedy -40 a -34 chyby sobě podobné, magjce obě znamenj $-$ před sebau, bude tedy gich rozdjl $=6$, a tento počet přigde na prwnj mjsto proporcý. Na druhé mjsto přigde rozdjl mezy hypotezými, kterýž gest $=1$, na třetj mjsto přigde gedna neb druhá chyba. Wezmi tedy prwnj chybu 40, pročež budeš mjti proporcý $6:1=40:x$, a $x=\frac{40}{6}=6+\frac{2}{3}$. K tomuto čtwrtému audu proporcyonálnjmu když přidáš hypotezý, z které posslá chyba 40, a tok gest 1, nabudeš $7+\frac{2}{3}$ let, tok gest wěk Karlůw.

Pro=

Protož bude wěk Antonjnů $=14+\frac{4}{3}+4=19+\frac{1}{3}$ let, a wěk Pawlů $=7+\frac{2}{3}+19+\frac{1}{3}+6=33$ let, kterýchž summa gest $=60$ let. Nač bylo odpowědjti.

Poznam. Kdo newidj, kterak gest nepřjležitá tato regule? Gá sem gi zde gediné připomenul, aby se čtenář tjm wjc přeswědčil o wýbornosti Algebry, a poznal, gak snadně se odpowj na tuto otázku pomocý Algebry. Ať gest wěk Katlůw x, tedy bude wěk Antonjnů $2x+4$, a wěk Pawlů $3x+4+6$, neb $3x+10$; a poněwadž wěk wssech třj má býti stegný s 60, tedy máme rownost $x+2x+4+3x+10=60$, neb $6x+14=60$, neb $6x+14-14=60-14$, neb $6x=46$, a $x=\frac{46}{6}=7+\frac{4}{6}$ neb $=7+\frac{2}{3}$ gako prwé, a proto Antonjnů wěk bude $19\frac{1}{3}$ let, Pawlů pak 33 let. Z toho ohledu, že gest tato regule obtjžná, a pro Algebrystu zbytečná, gi welmi učený Angličan Wallis w swé Matematyce zcela wypustil.

Regula Alligationis. Když gest třeba, aby se zbožj rozličné ceny wespolek smjsylo, a smjssené za prostřednj cenu se prodáwalo, tedy regule učjcý, mnoholi se má z každého zbožj wzýti, gmenuge se regule alligationis, kteréž slowo slowe w latině tolik co swazek. Tato regule má toto prawidlo: Wětssj cena se pjsse swrchu na lewicy; menssj cena se postawj pod nj, w prostředku k prawicy se napjsse cena prostřednj, pak se odegme menssj cena od prostřednj, a zbytek se napjsse na prawicy nedaleko od wětssj ceny w gednom pořádku, potom se odegme prostřednj cena od wětssj ceny, a zbytek se postawj na prawicy pod předesslým zbytkem, pod tjm wssjm se udělá čára, zaddugj se ti zbytkowé, a dělá se regule detry, kde prwnj mjsto má summa těch zbytků, druhé mjsto welikost smjssenj, třetj pak mjsto má zbytek prwnj. Čtwrtý proporcyonálnj aud gest

we-

welikost, w které se má wzýti zbožj wětssj ceny. Chcesli mjti welikost zbožj menssj ceny, nech těch dwau přednjch audů na swých mjstech, na třetj postaw zbytek druhý, a nagdeš skrz reguli detry žádanau welikost. W přjkl. se okáže obraz té práce. Winař w Mělnjce prodáwá wědro swého wjna za 80 zl., daremněgssjho pak dáwá wědro za 30 zl. Chtělby pak za prostřednj cenu 42 zl. wědro prodati. Otázka gest, coby měl gak z dražssjho, tak y z lacyněgssjho wjna k tomu wědru wzýti, aby směl s dobrým swědomjm za prostřednj cenu wědro prodati. Napiš tedy: Wetssj cena 80 — zbytek prwnj 12
Prostřednj 42
Menssj cena 30 — zbytek druhý 38

summa obau zbytků 50

Poněwadž welikosti smjssenj gest gedno wědro 1, pročež bude třeba reguli detry těmito počty wykonati: $50 : 1 = 12 : x$ gest tedy $x = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$, třebať tedy bude z dražssjho wjna wzýti k tomu wědru $\frac{6}{25}$ gednoho wědra. Pro welikost daremnégssjho wjna včinj se proporcý takto: $50 : 1 = 38 : y$, pročež $y = \frac{38}{50} = \frac{19}{25}$.

Průba. Cena těch dwau lomků musý býti stegná s prostřednj cenau 42 zl., o čemž se přeswědčjme tuto zawjrku činjce: Gestli wědro wjna wýbornégssjho se prodáwá za 80 zl., zač se prodá $\frac{6}{25}$ toho wědra? Nagde se ta cena skrz následugjcý proporcý, $1 : 80 = \frac{6}{25} : z$, pročež $z = \frac{80 \times 6}{25} = \frac{16 \times 6}{5} = \frac{96}{5}$, což gest žádaná cena djlu toho wědra lepssjho wjna. Podobně se nalezne cena druhého lomku, neb djlu wědra daremnégssjho wjna z následugjcý proporcý: $1 : 30 = \frac{19}{25} : u$, gest tedy $u = \frac{30 \times 19}{25} = \frac{6 \times 19}{5} = \frac{114}{5}$.

Ty

Ty dwa ted nalezenj počtowé musegj spolu stegnj býti s prostřednj cenau 42, addugme ge tedy, a nabudeme $\frac{96}{5}+\frac{114}{5}=\frac{210}{5}=42$. Nadto se y vgistjme, že sme na otázku náležitě odpowěděli, když se ty dwě částky obého wjna gedno wědro, wespolek včinj. Summugme tedy $\frac{6}{25}$ a $\frac{19}{25}$. Zagisté gest gich summa $\frac{25}{25}=1$.

Poznam. Takto obyčegně počitáři tuto reguli bezewsseho důkazu přednássj. Zde opět slussj wěděti, že gest y ta regule pro zběhlého w Algebře zbytečná, ano y lze gegj prawdy skrz Algebru snadně dokázati. Přičinjm se, abych o tom swého čtenáře přeswědčil. Budiž tedy $80=a$, $30=c$, a $42=b$; gedno wědro neb welikost smjssenj $=1$, djl pak z dražssjho wjna k tomu smjssenj potřebný $=x$, bude tedy djl druhého lacynějssjho wjna $=1-x$. Gak medle dogdeme na proporcý? K snadným způsobem. Wyhledagjce totiž předně ceny djlu x, potom ceny djlu $1-x$, takto vsaudjme: Gestli se prodáwá dražssjho wjna gedno wědro za cenu a, djl geho x zač se prodá? Podobně, gestli se prodáwá gedno wědro lacynějssjho wjna za cenu c, zač se prodá djl geho $1-x$? Tyto zawjrky se předstawj těmito proporcými: $1:a=x:y$, též $1:c=1-x:z$. Gest tedy $y=ax$, $z=c-cx$. Tito dwa čtwrtj proporcyonálnj audowé y a z, neb ax s $c-cx$ musegj spolu stegnj býti s prostřednj cenau b, pročež žádaná rownost bude $ax+c-cx=b$. Aby ostaly na lewé straně gen ty welikosti, w nichž se nalézá x, musý se přesaditi welikost c na prawau stranu skrz subtrakcý, pročež wygde $ax-cx=b-c$. Dále produkt na lewé straně stogjcý w faktory rozdělagjce nabudeme $(a-c)x=b-c$; z čehož dle (120) pogde proporcý $a-c:1=b-c:x$, kteráž proporcý do-

dolagyge od počitářů regule nařjzené; nebk medle, gaký gest prwnj aud w gich proporcý? Geli prawda, že, abychom tento nalezli, musyli sme menssj cenu od prostřednj odnjti, kterýchž zbytek gest w přjtomné otázce b—c; pak sme musyli prostřednj cenu od wětssj odnjti, gichžto zbytek zde gest a—b, potom sme musyli ty zbytky addowati, a gich summa byla wzatá za prwnj aud proporcý; gaká gest tato summa? Gest w přjtomnosti $a-b+b-c=a-c$. Nenjli aud prwnj proporcý, který sme teď skrz Algebru wypowěděli týž? W vrčitých počtech $a=80$, $c=30$, pročež $a-c=80-30=50$, dle přikladu swrchu připomenutého. Druhý pak aud nassj proporcý gest 1, welikost smjssenj, gako prwé, a třetj gest $b-c$, zbytek prostřednj ceny o menssj cenu zmenssené, která gest gako prwé w přjtomných vrčitých počtech $42-30=12$. Z rowností $(a-c)x=b-c$ nalezneme welikost $x=\frac{b-c}{a-c}$; postawjce mjsto pjsmen vrčité počty nalezneme $x=\frac{42-30}{80-30}=\frac{12}{50}=\frac{6}{25}$, gako prwé, když sme reguli alligationis, neb swazku práwě Algebrystowi zbytečnau wykonali. Skrz tuto reguli nalezl někdy Archymedes, který se skwěl několik set let před narozenjm Krysta Pána w Syrakuse w hlawnjm městě Sycylianském gakož neywtipněgssj Matematyk, způsob, kterýmby se vrčilo, mnoho-li střjbra přimjsyl zlatnjk do koruny, které žádal celé zlaté Hyeron král.

Ku koncy těchto regul vmjnil sem y reguli reductionum, neb reguli řetězowau wyswětliti.

Tato regule proto se tak gmenuge, že sau srownánj, genž se w nj dáwagj, neginač wespolek spogena, než gako článkowé některého řetězu, kde geden

den přestáwá, tu počjná druhý; podobně w těch srownánjch gednoho následugjcý aud gest předcházegjcým druhého. Této regule se vžjwá tenkrát, když chceme v přjkladu některau mnohem wyšssj mincy w neynižssj zdělati. Musýme pak wěděti cenu wssech prostřednjch minic mezy neywyšssj a neymenssi. Přestanu toliko na gednom přjkladu, genž okáže wssecko patrně.

Budiž tento přjklad. Žádá se wěděti, kolik wjdenských přigde na geden dukát, který ted platj 4 zl. 30 kr. Poněwadž mezy wjdenským a dukátem sau kregcarowé, pak krossowé, potom zlatj, třebak tedy wěděti, mocli každá mince djlu z mince hned nižssj w sobě obsahuge. Pissme tedy známé ceny. Těmito pak znamenjmi chceme tyto mince předstawiti, a syc bude wjdenský w., kregcar kr., kroš kro., zlatý zl., dukát d. Máme tedy rownosti

4 w. = 1 kr.
3 kr. = 1 kro.
20 kro. = 1 zl.
9 zl. = 2 d., z kterých rownosti dle (§. 119.) pogdau tyto proporcý:

w. : kr. = 1 : 4
kr. : kro. = 1 : 3
kro. : zl. = 1 : 20
zl. : d. = 2 : 9, z kterých proporcý pogde gedna, když zmnožjme audy stegného gména wespolek, dle §. 126, pročež
w. kr. kro. zl. : kr. kro. zl. d. = 2 : 4. 3. 20. 9, neb prwnj a druhý aud skrz ty welikosti děljce, které se w obau nalézagj, a třetj, též čtwrtý aud skrz 2 děljce, a tak srownánj nezrussjce, nabudeme

w. : d. = 1 : 2. 3. 20. 9, neb
w. : d. = 1 : 1080, z které proporcý pogde rownost tato 1 d. = 1080 w. Což bylo nalezti.

D

O složeném srownánj (ratio composita).

130. Co gest složené srownánj?

Gest přirownánj gednoho produktu z audů předcházegjcých s produktem z audů následugjcých, kteřj se nalézagj w několik daných srownánjch. Ta srownánj, která se tak skládagj, slowau gednoduchá. P přjkladu z těchto daných srownánj gednoduchých

$$\begin{array}{l} a : b \\ c : d \\ e : f \\ \hline \end{array}$$

nabudeme srownánj složeného $ace : bdf$.

$$\begin{array}{llll} \text{Budiž} & a = 2,\ b = 3, & \text{bude}\ a : b & = 2 : 3 \\ \text{—} & c = 4,\ d = 5, & \text{—}\ c : d & = 4 : 5 \\ \text{—} & e = 6,\ f = 7, & \text{—}\ e : f & = 6 : 7 \\ \hline \end{array}$$

budau srownánj složená $ace : bdf = 48 : 105$.

131. Složené srownánj menššjmi počty předstawiti.

Budiž opět gedno srownánj gednoduché $a : b$, tok gest owšsem s sebau stegné, pročež $a : b = a : b$. Budiž druhé srownánj $c : d$. Teď hledeyme skrz regulí detry k c, k d, a k b čtwrtého proporcyonálnjho audu. Budiž tento g, tedy budeme mjti $c : d = b : g$. Budiž gesstě třetj gednoduché srownánj $e : f$, hledeyme opět k e, a k f, též k g čtwrtého proporcyálnjho audu. Ten budiž h, pročež bude proporcý $e : f = g : h$. Napissme teď řádně tyto tři proporcý

$$\begin{array}{l} a : b = a : b \\ c : d = b : g \\ e : f = g : h, \\ \hline ace : bdf = abg : bgh, \end{array}$$

složjce nabudeme

w druhém srownánj děljce oba audy skrz bg, nabudeme $ace : bdf = a : h$. Nenjli druhé srownánj stegné s prwnjm, a menššjmi počty předstawené?

132.

132. Co gest srownánj duplowané (duplicata ratio)?

Takowé srownánj gest složené ze dwau srownánj stegného exponentu. V přjkl. gestli a : b = c : d, tedy gest ac : bd duplowané srownánj z každého gednoduchého.

W vrčitých počtech: Mámeli 3 : 6 = 4 : 8, tedy gest 12 : 48 srownánj duplowané, gak z 3 : 6, tak 4 : 8.

133. Co gest tryplowané srownánj (triplicata ratio)?

Gest složené ze třech srownánj gednoho exponentu, neb z 3 srownánj stegných. V př. kdyby byla swrchu wzatá srownánj a : b, c : d, e : f stegná, tedyby se srownánj z nich složené ace : bdf gmenowalo tryplowané z gednohokaždého srownánj gednoduchého.

134. Rozdjl mezy dwognásobným (ratio dupla) a duplowaným, srownánjm gest, že ono srownánj wygde, když zmnožjme oba audy kterého daného srownánj skrz 2, ku přjkladu z a : b pošloby dwognásobné srownánj 2 a : 2 b, které gest wždy stegné s gednoduchým. W vrčitých počtech: Budiž a : b = 1 : 2, pročež dwognásobné srownánj 2 a : 2 b = 2 : 4, kdež se nalézá stegný exponent gako prwé. Toto pak srownánj nenj stegné s gednoduchým, poněwadž pocházý, když se množj dwě stegná srownánj wespolek, pročež exponent geho gest kwadrát exponentu gednoduchého srownánj, v přjkladu: 3 : 9 = 1 : 3, z kterých stegných srownánj pogde duplowané 3 : 27, kdež gest exponent 9, zagisté kwadrát z exponentu 3 gednoduchého srownánj. Rozdjl mezy trognásobným (ratio tripla), též tryplowaným (ratio triplicata) srownánjm gest tento, že ono pogde, když se množj oba audowé skrz tři,

a

a exponent gednoduchého srownánj se neměnj, toto pak tryplowané srownánj pogde z multyplikacý třj stegných srownánj, a geho exponent gest kostka exponentu gednoduchého. W přjkladu $1:2=3:6=2:4$, z nichž pogde složené tryplowané srownánj $6:48$, gehož exponent gest 8 bezewssj pochyby kostka 3 2, exponena gednoduchého.

135. Duplowané srownánj gest stegné s srownánjm kwadrátu těch audu, kteřj činj gednoduché srownánj.

Důkaz. Ať sau tato srownánj $a:b$, $c:d$ stegná, bude složené z nich duplowané, a zagisté s sebau stegné, pročež $ac:bd=ac:bd$, poněwadž pak $a:b=c:d$, y gest skrz regulí detry $d=\frac{bc}{a}$, tuto pak cenu postawme mjsto d, w čtwrtém audu teď připomenuté proporcý, a nabudeme $ac:bd=ac:\frac{b^2c}{a}$, množme druhé srownánj skrz a, a dělme skrz c, nabudeme $ac:bd=a^2:b^2$, gest pak $a:b=c:d$, pročež y $a^2:b^2=c^2:d^2$, tedy y $ac:bd=c^2:d^2$, čehož bylo dokázati.

Přjklad. $2:4=3:6$, z kterýchž srownánj pogde toto duplowané $6:24$; gistě bude srownánj kwadrátu dwau audů gednoho neb druhého gednoduchého srownánj s tjmto stegné; w přjkladu $4:16$ nenjli $=6:24$?

136. Srownánj tryplowané gest stegné s srownánjm kostek těch audů, kteřj činj gednoduché srownánj.

Důkaz. Ať sau $a:b$, $c:d$, $e:f$ srownánj stegná; má se dokázati, že gest $ace:bdf$ tryplowané srownánj stegné, w p. s tjmto: $a^3:b^3$. Zagisté $ace:bdf=ace:bdf$. Gest pak dle wýminky

$a : b = c : d$
též $a : b = e : f$, pročež dle regule detry $d = \frac{bc}{a}$ a $f = \frac{be}{a}$. Tyto dwě rowností wespolek zmnožjce nabudeme $df = \frac{b^2 ce}{a^2}$. Teď postawme tuto cenu mjsto df w čtwrtém audu této proporcý $ace : bdf = ace : bdf$,
nabudeme $ace : bdf = ace : \frac{b^3 ce}{a^2}$,
neb $ace : bdf = a^3 : b^3$. Že pak lze mjsto $a^3 : b^3$ také postawiti buď $c^3 : d^3$, neb $e^3 : f^3$, gest patrné z toho, poněwadž $a : b = c : d$ a $c : d = e : f$ (§. 120.). Čehož bylo dokázati.

137. Srownánj subduplowané (ratio subduplicata) gest srownánj kwadrátnjch kořenů ze dwau audů dobytých, w p. $4 : 16$ z tohoto srownánj pogde subduplowané $\sqrt{4} : \sqrt{16} = 2 : 4$.

Srownánj subtryplowané (ratio subtriplicata) gest srownánj kubických kořenů ze dwau audů dobytých; w p. z tohoto srownánj $8 : 27$ pogde subtryplowané $\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{27} = 2 : 3$, tedy wůbec $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ gest subduplowané, a $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b}$ gest subtryplowané srownánj z $a : b$.

138. Poznamenánj. Za slussné pokládám čtenáři potřebu složených srownánj okázati, aby nemohl řjcy, že newj, proč se má tomu včiti. Ať tedy wj, že giž zkusyl oprawdu potřeby toho. Medle, čehož sme dokázali w §. 128. o srownánj wčinků? — že gest totiž stegné s srownánjm produktů z gich půwodů a časů. To srownánj těch produktů gest srownánj složené z těch dwau gednoduchých, totiž gednoho

dného půwodu s druhým, a gednoho času s druhým, to gest CT : c t, může se tedy také řjcy, že srownánj včinků gest srownánj složené z půwodů gich a časů, w kterém znikli ti včinkowé. K poznát čtenář patrnégi potřebu wsseho toho w Geometryi a w Stereometryi, neb w vměnjch, w kterých budu mluwiti o planinách a o téljch, a dokážeme, že gednoho gména planiny v p. dwa třjhranjcy sau w srownánj složeném z gich weyssek a základnjch linyj. Podobné pak planiny v p. podobnj třjhranjcy sau w srownánj duplowaném, neb w srownánj kwadrátů gich buď weyssek, buď základnjch linyj; weyssky pak neb základnj linye takowých planin že sau w srownánj subduplowaném těch planin. W Stereometryi dokážeme, že se pilјřowé, (prismata), wespolek tak srownáwagj, gako produktowé z gich weyssek, ssjřek a dýlek, neb že sau w srownáni složeném těch gmenowaných wyměřenj. Podobně, že dwě těla sobě podobná v p. dwě kaule sau w srownánj tryplowaném gich dyametrů, a dyametrowé že sau w srownánj subtryplowaném gich kaulj.

Článek sedmý.

O logarytmjch.

139. Progressý (progressio) gest pořadj (series) mnohých audů, kteřj sau vrčeni gistým wssem wlastnjm způsobem.

Progressý arytmetycká gest pořadj takowých audů, kterých gedenkaždý má mezy hned předcházegjcým a následugjcým stegný rozdjl, v p. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6... Toto pořadj přirozených počtů gest progressý arytmetycká, nebť mezy každým audem předcházegjcým a následugjcým gest stegný rozdjl 1.

Kdy-

Kdybychom chtěli skrz pjsmena ty audy představiti, tedyby se postawila čárka za každým pjsmenem, gakž se giž zde včinilo, a tomu celému pořadjby se představilo znamenj $\div$, tedy $\div$ a, b, c, d .... bylaby progressý arytmetycká obecně wyobrazena.

Progressý geometrycká gest pořadj takowých audů, kde každý skrz hned předcházegjcý dywidowaný dá stegný kwocyent. Znamenj té progressý gest $\div\!\!\div$, pročež $\div\!\!\div$ a, b, c, d ... gest pořadj geometrycké, neb progressý geometrycká nevrčitá. Vrčitá pakby byla v p. tato: 1, 2, 4, 8, 16 ... tuk wygde zagisté stegný kwocyent 2, ať dělj8 gakýkoli aud skrz hned předcházegjcý.

140. Kterak se pjsse wůbec progressý geometrycká?

Progressý geometrycká gest owssem množstwj stegných geometryckých spogených srownánj, kde wždy následugjcý aud gednoho srownánj gest předcházegjcý druhého. Zpomenet čtenář, že sme swrchu skrz exponent m, a skrz prwnj aud a takto srownánj wůbec představili a : am, máli býti druhého, s tjmto stegného, srownánj předcházegjcý aud am, budeme mjti am : am² a t. d., pročež wjc než dwě stegná wespolek spogená srownánj budau tato: a : am = am : am² = am² : am³ = am³ : am⁴ a t. d. pakli ty audy, kteřj sau zde dwakrát psáni, budeme gen gednau psáti, a mezy nimi včinjme čárky, nabudeme žádané wůbec wyobrazené geometrycké progressý a, am, am², am³, am⁴, a t. d. kteréž pořadj se dá gesstě prostěgi představiti bez proměny srownánj, když se zdělj wssickni audowé skrz a. Gest tedy nevrčitá geometrycká progressý gedničkau počjnagjc tato: 1, m, m², m³, m⁴ a t. d.

141. Napissme ted tři progressý: přednj budeme gmenowati N, druhau M, a třetj L.

N. 1, 2, 4, 8, 16....
M. a^0, a^1, a^2, a^3, a^4....
L. 0, 1, 2, 3, 4....

Progressý N gest geometrycká vrčitá; progressý M gest také geometrycká newrčitá; progressý L gest arytmetycká, a sau owssem gegj audowé exponenti audů progressý M nad nj stogjcý.

Co gest logarytmus některého počtu?

Odpowěd prwnj. Logarytmus gest exponent některé mocnosti. V přjkladu w progressý N mocnost počtu 2 gest prwnj, tak y táž gest počtu newrčitého a^1 w progressý M. Nedle gaký exponent gest prwnj mocnosti? zagisté gednička, tato owssem stogj w progressý L gak pod 2, tak y pod a^1; w této tedy progressý L sau logarytmowé počtů nad nimi stogjcých gak vrčitých tak newrčitých.

Odpowěd druhá. Logarytmus gest počet stogjcý w arytmetycké progressý, a náležegjcý k audu nad njm stogjcýmu w progressý geometrycké.

Odpowěd třetj. Logarytmus gest takowý vměle nalezený počet, kterýž mjsto toho, k kterému náležj, wzatý, obracý multyplikacý w addycý, a dywizý w subtrakcý.

142. Co gest basis, neb základ logarytmického systému?

Základ logarytmického systému gest ten aud w geometrycké progressý, kteréhož exponent neb logarytmus gest gednička; tedy basis, neb základ w progressý M gest a^1, a w progressý N gest základ 2.

Co gest logarytmický systém?

Gest gisté spogenj mezy audy geometrycké progressý, a audy arytmetycké progressý, kteréž spogenj záležj w vrčenj základu progresý geometrycké. W naſſem tedy logarytmickém ſyſtému, w kterémž ſme basim neb základ nevrčitý a' ſkrz 2 vrčili, geſt logarytmus počtu 4 dwě gedničky, počtu 16 čtyři gedničky neb počet 4 a t. d. Mohlby ſe základ a' nevrčité progresý geometrycké ſkrz 3 vrčiti, a poſſlaby w pořadj N (§. 141.) progresý 1, 3, 9, 27, 81.... pročežby tu byl nowý logarytmický ſyſtém, w kterémby logarytmus 1 giž nenáležel gako prwé k 2, ale k 3, a logarytmus 2 k 9, a ne gako prwé k 4, a t. d. Z toho každý vſaudj, že neſkončené množſtwj geſt logarytmických ſyſtémů, protože ſe dá mjſto a' gakýkoli celý vrčitý počet wzýti. Kdybychom poſtawili a' = 10, poſſelby z toho logarytmický ſyſtém, který ſe nalézá w obyčegných logarytmických tabulkách. Vznáwám, žeť geſſtě třeba to ſlowce, logarytmus, zde wyſwětliti. To ſlowce geſt řecké, a tolik znamená, gako λογων αριθμος, to geſt: množſtwj několik ſrownánj. Geſt tedy logarytmus množſtwj tolik ſrownánj gedničky s základem, která ſe muſegj weſpolek ſložiti, aby wyſſel ten počet, ku kterému náležj daný logarytmus, kolik gedniček w ſobě obſahuge týž logarytmus. K. p. §. 141. w pořadj N základ neb basis geſt 2; žádaloby pak ſe wěděti, kolikrát ſe má ſrownánj 1 : 2 weſpolek ſložiti, aby wyſſel aud druhý toho ſrownánj počet, ku kterémuby náležel logarytmus 4 w pořadj L? Poněwadž w ſobě obſahuge 4 čtyři gedničky, tedy prawjm, že ſe muſý to ſrownánj 1 : 2, totiž gedničky s základem, čtyřikrát weſpolek ſložiti, aby druhý aud toho ſloženého ſrownánj byl počet, ku kterému logarytmus 4 náležj.

Napiſſme tedy	1	:	2
	1	:	2
	1	:	2
	1	:	2
Srownánj ſložené	1	:	16.

Medle neſtogjli

tento

tento počet 16 w progressý N nad 4 swým logarytmem w progressý L? Mjnjmk, že sem důkladně wyswětlil slowce logarytmus mnohým Čechům až posawad neznámé.

143. Logarytmus produktu gest stegný s summau logarytmů obau faktorů.

Důkaz. Dle §. 110. gest $1:F=f:P$, logarytmowé gak každého faktora, tak y produktu skrz předsazené gim pjsmě log. zde wyobrazýme. Logarytmus gednicky gest bez toho $=0$. Osau wssak logarytmowé, gakž známo w propoporcý arytmetycké; bude tedy $0 \div \log. F = \log. f \div \log. P$, pročež dle (§. 102.) $\log. P = \log. F + \log. f$, čehož bylo dokázati.

Přjklad. W progressý N (§. 141.) mělby se počet $8=F$ počtem $2=f$ množiti; chtěloby pak se nám vžjwati logarytmů těchto počtů, ge pak zagisté logarytmus $\log. 8=3$, a logarytmus $\log. 2=1$, pročež logarytmus $P=3+1=4$. Pod gakým medle počtem w progressý N tento logarytmus stogj? Owssem že pod 16, gest tedy produkt $P=16$, kterýž se nalezl bezewssj multyplikacý, z čehož se poznáwá, že skutečně obracý vžjwánj logarytmu každau multyplikacý w addycý.

144. Logarytmus kwadrátu gest dwakrát wětssj, než logarytmus kořene.

Důkaz. Dle (§. 118.) gednička se tak srownáwá s kořenem R, gako se srownáwá kořen s kwadrátem Q, pročež $1:R=R:Q$. Těch audů logarytmowé dagj tuto arytmetyckau proporcý $0 \div \log. R = \log. R \div \log. Q$, pročež $\log. Q = \log. R + \log. R = 2 \log. R$, čehož bylo dokázati.

Přjklad. Budiž $R = 4$ w progreſſý N (§. 141.), bude $\log. R = \log. 4 = 2$ w progreſſý L. Chcemeli tedy logarytmus kwadrátu wěděti, muſýme 2 dwakrát wzýti, pročež $\log. Q = 4$. Pod kterým medle počtem w progreſſý N ſtogj tento logarytmus? giſtě pod 16, a nenjli $4 \times 4 = 16$? Kdykoli tedy chceš některého daného počtu w kwadrát powýſſiti, nic giného nenj třeba, než geho logarytmus dwakrát wzýti, a tjm nagdeš logarytmus žádaného kwadrátu, který w tabulkách wyhledaný, počet podlé něho ſtogjcý, žádaný kwadrát okáže.

Logarytmus koſtky geſt třikrát wětſſj než logarytmus kořene.

Důkaz dle (§. 118.) ſe ſrownáwá gednička s kořenem koſtkowým, gako kwadrát s koſtkau. Geſtli tedy gmenugeme kořen R, kwadrát Q, a koſtku C, tedy máme $1 : R = Q : C$, kterých audů logarytmowé půſobj tuto arytmetyckau proporcý $o \div \log. R = \log. Q \div \log. C$, pročež $\log. C = \log. Q + \log. R$. Geſt pak dle předeſſlého důkazu $\log. Q = 2 \log. R$, pročež $\log. C = 2 \log. R + \log. R = 3 \log. R$, čehož bylo dokázati.

Přjklad. Počtu 2, w progreſſý giž tolikrát opakowané N, chtělbys na třetj mocnoſt powýſſiti, nebude ti třeba ničeho giného, než logarytmus tohoto počtu třikrát wzýti. Geſt pak počtu 2 logarytmus 1, pročež logarytmus $C = 3 \log. R = 3$, nebť geſt $\log. R = 1$. Poznáwáš pak, že nad 3, w progreſſý N, 8 ſtogj, geſt tedy žádaná koſtka 8. Z čehož wſaudjš, že chtége mjti třetj mocnoſt gakéhokoli počtu, gediné w tabulkách geho logarytmu wyhledáš, a tento třikrát wezma, nabudeš logarytmu žádané třetj mocnoſti, který okáže podlé ſebe ſtogjcý hledanau koſtku.