a, d gakož druhých faktorů těch dywidendů, pročež gest $a\sqrt[m]{b} : d\sqrt[m]{b} = a : d$; sau pak a y d racyonálnj welikosti, pročež gest ono srownánj stegné s srownánjm racyonálnjm. Podobné $4\sqrt{2} : 3\sqrt{2} = 4 : 3$; neginák $\sqrt[3]{3} : 4\sqrt[3]{3} = 1 : 4$, protože má prwnj kořenowá welikost za koefficyent gedničku 1, která se wždy mjnj. Kdyby byly dwě dané kořenowé welikosti syc gednoho gména, wšak nebyly communicantes, tedyby gich srownánj bylo irracyonálnj. Mohloby pak se w srownánj téměř racyonálnj zdělati, kdybychom dobyli kořenů z nedokonalých mocnostj skrz blјženj. Np. $\sqrt{3} : 15$, gest irracyonálnj srownánj, protože exponent geho gest irracyonálnj, nebť tento wygde, když se dywiduge násiedugjcý aud předcházegjcým, gest tedy geho exponent $\frac{15}{\sqrt{3}}$; wšak můžeme skutečně z nedokonalého kwadrátu 3, kwadrátnjho kořene skrz blјženj dobyti, a k prawému dle ljbosti se blјžiti; gest pak $\sqrt{3} = 1,732....$ neb tento smjšený počet w neprawý lomek zdělawsse, kteréhož gmenowatel zde bude 1000, nabudeme $\sqrt{3} = \frac{1732}{1000}$, gest tedy $\sqrt{3} : 15 = \frac{1732}{1000} : 15$, a množjce třetj a čtwrtý aud skrz 1000, dosáhneme $\sqrt{3} : 15 = 1732 : 15000$, srownánj téměř s irracyonálnjm stegného, protože geho exponent $\frac{15000}{1732}$ gest racyonálnj. Budiž srownánj $2\sqrt{2} : 3\sqrt{3}$, opět irracyonálnj, které se dá předce téměř w racyonálnj skrz blјženj zdělati, nebť $\sqrt{2} = 1,414.... = \frac{1414}{1000}$, též $\sqrt{3} = 1,732.... = \frac{1732}{1000}$, pročež $2\sqrt{2} : 3\sqrt{3} = 2\left(\frac{1414}{1000}\right) : 3\left(\frac{1732}{1000}\right) = \frac{2828}{1000} : \frac{5196}{1000} = 2828 : 5196$, kteréhož racyonálnjho srownánj gest exponent opět lomek $\frac{5196}{2828}$, owšem racyonálnj, protože se nenalézá ani w čitedlnjku ani w gmenowateli kořenowé welikosti.

162. Dwě nestegného gména irracyonálnj welikosti w stegné gméno bez rušenj gich ceny zdělati.

Bychom tuto průpowěd důkladně rozwážali, musýme na to zpomenauti, čeho se giž dáwno dokázalo w těchto listech, že se totiž dobude kořene daného exponentu z mocnosti některé, když se zdwjduge exponent té mocnosti skrz exponent kořene. Gák sa dychtiwý, wssecko snadně a důkladně swému čtenáři powědjti, toto opět patrně postawjm. Prawdali, že $4 = 2^2$? Kdož newj, že kwadrátnj kořen z 4 gest 2? pročež $\sqrt{4} = 2$. Poněwadž pak lze misto 4 postawiti 2^2, tedy bude $\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$; kterak pak z $\sqrt{2^2}$ pogde prawý kořen giž známý 2? zdali ne takto: když budeme exponent mocnosti 2 skrz exponent kořene, genž se mjnj 2, dywidowati? nebt $2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$ gest tedy $\sqrt{2^2} = 2^{\frac{2}{2}}$. Podobně $\sqrt[3]{3^3} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$. Neginác $\sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5$. Kdyby y mocnost nebyla dokonalá toho exponentu, který má kořenowé znamenj, tedyby se musylo týmž způsobem nakládati. V p. $\sqrt{2}$, kde exponent mocnosti počtu 2 se mjnj 1, pročež se musý tento exponent exponentem kořene opět dywidowat, a tak bude $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$. Že pak gest geden způsob, takowé welikosti psáti, druhému rowen, y takto se lze vgistiti. Onen zagisté kořen kwadrátnj gest prawý, kterýby wrátil na kwadrát sa powýssen daný počet. A zde daný počet gakož kwadrát gest 2, a geho kořen má býti $2^{\frac{1}{2}}$; powyssme ho na kwadrát, bude tento $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$. Nenjli to daný kwadrát 2? pročež w prawdě $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$. Podobně $\sqrt{7^5} = 7^{\frac{5}{2}}$, nebt $\left(7^{\frac{5}{2}}\right)^2 = 7^{\frac{10}{2}} = 7^5$, opět máme danau mocnost. A wůbec budiž $\sqrt[u]{a^r}$, bude tato kořenowá welikost

$= a^{\frac{r}{u}}$, protože $\left(a^{\frac{r}{u}}\right)^u = a^r$. Gest tedy prawda, že se dá každá irracyonálnj welikost w způsobu welikosti racyonálnj přestawiti, když se kořenowé znamenj opustj, a mjsto něho se dá welikosti pod njm stogjcý lámaný exponent, gegiž čitedlnjk gest exponent mocnosti pod kořenowým znamenjm stogjcý r, a gmenowatel exponent kořene u. Gák sem mimo obyčeg Matematykû zde obssjrněgi mluwil gedině z toho ohledu, abych to lépe wyložil. Ted žádané rozwázánj každý zagisté snadně pochopj. Ať sau tedy dwě irracyonálnj welikosti, gedna $\sqrt[u]{a^r}$, druhá $\sqrt[m]{b^s}$, gedna y druhá ať se předstawj bez kořenowých znamenj, budeť ona $a^{\frac{r}{u}}$, tato $b^{\frac{s}{m}}$. K tyto lámané exponenty zdělejme w stegný gmenowatel dle (§. 43.), nabudemeť $a^{\frac{r}{u}} = a^{\frac{rm}{um}}$, též $b^{\frac{s}{m}} = b^{\frac{su}{mu}}$; ted opět napissme tyto nezměněné welikosti s předsazenými znamenjmi kořenû, gichž exponenti musegj býti gmenowatelé těch ted nalezených lámaných exponentû, a budeme mjti prwnj $\sqrt[um]{a^{rm}}$, druhau $\sqrt[um]{b^{su}}$, kteréž welikosti s danými stegné, giž stegný exponent kořenû um magj: což bylo nalezti. Bedliwě pozorugjce welikosti těchto ted nalezených kořenû dosáhneme z nich tohoto prawidla, kterak se totiž nagde obecný neb stegný exponent kořenû? Tentoť gest wždy um neb produkt obau kořenowých exponentû, wssak se přitom musý powýssiti prwnj dané welikosti pod kořenem stogjcý na mocnost exponenta m druhého kořene, a druhé welikosti pod druhým kořenem stogjcý na mocnost exponenta u prwnjho kořene.

Přjklad. Budiž prwnj $\sqrt[u]{a^r} = \sqrt{3}$; druhá $\sqrt[m]{b^s} = \sqrt[3]{5}$; tedy gest zde $u = 2$, $r = 1$, a $a = 3$; w druhé

pak

pak welikosti gest m=3, b=5, s=1; pročež $\sqrt[um]{a^{rm}}$ $=\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{27}$. Druhá pak welikost $\sqrt[mu]{b^{su}}=\sqrt[6]{5^2}$ $=\sqrt[6]{25}$, tedy máme w gedno gméno, to gest w geden kořenowý exponent 6 zdělané irracyonálnj welikosti, $\sqrt{3}=\sqrt[6]{27}$ a $\sqrt[3]{5}=\sqrt[6]{25}$.

Giný přjklad. Budiž $\sqrt[u]{a^r}=\sqrt[3]{2^2}$; zde gest u=3, a=2, r=2. Druhá welikost $\sqrt[m]{b^s}=\sqrt[4]{3^3}$; když gest m=4, b=3, s=3; pročež $\sqrt[um]{a^{rm}}=\sqrt[12]{2^8}$, druhá pak welikost $\sqrt[12]{3^9}$. Gest pak $2^8=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=4\times4\times4\times4=16\times16$, to gest osmá mocnost některé welikosti se nagde, když se bude čtwrtá čtwrtau množiti. Gest pak tato 256; pročež $\sqrt[6]{2^8}$ $=\sqrt[12]{256}$. Podobně $3^9=3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$ $=27\times27\times27$, to gest dewátá mocnost některé welikosti se nalezne, když se sebau rozmnožj třetj gegj mocnost, z čehož pogde šestá, tato pak gestě skrz třetj rozmnožená dá mocnost dewátau, kteráž gest zde 19683, pročež $\sqrt[12]{3^9}=\sqrt[12]{19683}$. Máme tedy gednoho gména zdělané kořenowé welikosti.

163. **Kdy lze danau irracyonálnj welikost prostěgi wyobrazyti?**

Totoť lze tenkrát učiniti, když pod znamenjm kořene stogj takowý produkt, gehož geden neb y wjc faktorů gest mocnost toho exponentu, který gest spolu exponent kořene. W té přjpadnosti, kterak se může prostěgi ta welikost pod kořenem stogjcý předstawiti, ted okáži. Budiž daná irracyonálnj welikost $\sqrt[u]{a^u b^r}$. Známoť gest, že se dobude kořene

zné=

z některého produktu, když ſe ho dobude z každého faktora, neb každého faktora ſe tu pozoruge gakož mocnoſti; pročež $\sqrt[u]{a^u b^r} = a^{\frac{u}{u}} b^{\frac{r}{u}} = a\, b^{\frac{r}{u}}$; protože $\frac{u}{u} = 1$, kterýž exponent ſe wždy mjnj. Ted napiſſme druhý faktor $b^{\frac{r}{u}}$ opět s předſazeným znamenjm kořenowým s geho exponentem u, bude tedy $\sqrt[u]{a^u b^r} = a\sqrt[u]{b^r}$. Z čehož doſáhneme tohoto prawidla: Chceſſli některau welikoſt pod znamenjm kořene ſtogjcý proſtěgi předſtawiti bez ruſſenj gegj ceny, tedy gi dywidug ſkrz faktor, genž geſt mocnoſt ſtegného exponentu s kořenem, kwocyenta nech pod znamenjm kořene, a z toho dywizora dobytý kořen daného exponentu znamenj kořenowému předſad. O prawdě toho prawidla takto ſe lze každému přeſwědčiti: Daná welikoſt budiž $\sqrt[u]{a^u b^r}$. Poněwadž welikoſt pod znamenjm kořene ſtogjcý má za faktor a^u mocnoſt exponentu u kořenowého, ať ſe gim dywiduge, a bude $\frac{a^u b^r}{a^u} = b^r$, tohoto kwocyentu ſe nechá pod kořenowým znamenjm, a kořen exponenta u z toho faktora a^u dobytý, toť geſt a předſadj ſe kořenowému znamenj. Doſáhneme tedy $a\sqrt[u]{b^r}$.

Přjklad prwnj. $\sqrt{12}$. Počet 12 geſt počet ſložený w ſobě (§. 38.); medle, nemáli gednoho faktora, genžby byl mocnoſt exponentu kořenowého neb kwadrátu? Y mát zagiſté 4, protože $12 = 4 \times 3$. Dywidugme tedy 12 ſkrz 4, kwocyent 3 oſtane pod kořenem, a z faktora 4 dobytý kořen 2 předſadj ſe kořenowému znamenj, a bude $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Přj-

Příklad druhý. $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$; dle pak daného prawidla $\sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$.

Příklad třetj. $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \times 2}$, a dle daného prawidla $\sqrt[3]{8 \times 2} = 2\sqrt[3]{2}$. Pročež $\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$ a t. d.

164. Welikosti irracyonálnj koefficyenta neb faktora racyonálnjho, který gest znamenj kořenowému předsazen, zbawiti.

Dokázali sme w předešlém §., že $\sqrt[u]{a^u b^r} = a\sqrt[u]{b^r}$; gestli tedy ta welikost s tauto stegná, tedyť musý gistě býti tato s onau stegná; pročež $a\sqrt[u]{b^r} = \sqrt[u]{a^u b^r}$. Nedle, kterak tato pogde z oné? Odpowjdám, skrz toto prawidlo. Ať se powýšj racyonálnjho koefficyentu a na mocnost kořenowého exponentu u, a tak se množj sa powýšen welikostj pod znamenjm kořenowým stogjcý b^r. Gest pak tato mocnost a^u, a produkt $a^u b^r$; pročež $a\sqrt[u]{b^r} = \sqrt[u]{a^u b^r}$.

Příklad prwnj. Budiž $a\sqrt[u]{b^r} = 2\sqrt{3}$, zde gest $a = 2$, $u = 2$, $b = 3$, $r = 1$; pročež $\sqrt[u]{a^u b^r} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$.

Příklad druhý. Budiž $a\sqrt[u]{b^r} = 2\sqrt[3]{5}$, zde gest opět $a = 2$, wšak $u = 3$, $b = 5$, $r = 1$, pročež $\sqrt[u]{a^u b^r} = \sqrt[3]{8 \times 5} = \sqrt[3]{40}$.

165. Irracyonálnj welikosti wespolek addowati.

Prawidlo prwnj. Gsauli dané welikosti communicantes, tedy se addugj gich koefficyenti, a welikost

pod

pod kořenowým znamenjm stogjcý s tjm znamenjm gednau se pjsse, a za tu summu zasadj, aby se wědělo, gaké byly irracyonálnj welikosti summowány.

Přjklad. $3\sqrt{5}+2\sqrt{5}+\sqrt{5}=6\sqrt{5}$.

Prawidlo druhé. Gestli dané welikosti negsau communicantes, tedy se w takowé, gestli možné, zdělagj; potom se zachowá prawidlo prwnj.

Přjklad. $3\sqrt{12}+5\sqrt{27}+4\sqrt{48}$. Zde gest prwnj welikost $3\sqrt{12}=3\sqrt{4\times 3}=6\sqrt{3}$, druhá $5\sqrt{27}=5\sqrt{9\times 3}=15\sqrt{3}$, třetj $4\sqrt{48}=4\sqrt{16\times 3}=16\sqrt{3}$, pročež žádaná summa $6\sqrt{3}+15\sqrt{3}+16\sqrt{3}=37\sqrt{3}$.

Prawidlo třetj. Pakli se nedagj dané welikosti w communicantes zdělati, tedy se napjssj w gednom pořadj skrz znamenj + wespolek spogené; poněwadž se nemohau wzýti w gednu summu gakož wěcy rozličného druu.

Přjklad. $2\sqrt[3]{7}$ a $3\sqrt[3]{5}$ čjnj summu $=2\sqrt[3]{7}+3\sqrt[3]{5}$.

166. Irracyonálnj welikost od druhé odnjti.

Práce tato má stegná prawidla s předesslau, s tjm gediné rozdjlem, že se zde odegme mensšj koefficyent od wětssjho, a welikost pod znamenjm kořenowým stogjcý s tjm znamenjm gednau za rozdjlem těch koefficyentů se napjsse, aby se opět wědělo, gaká kořenowá welikost byla odňata od gaké.

Přjklad prwnj. $8\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{5}=7\sqrt[3]{5}$.

Přjklad druhý. $5\sqrt{8}-\sqrt{18}=5\sqrt{4\times 2}-\sqrt{9\times 2}=10\sqrt{2}-3\sqrt{2}=7\sqrt{2}$.

167. Irracyonálnj welikosti wespolek množiti.

Prawidlo prwnj. Když se má kwadrátnj kořen z některé welikosti dobytý sebau množiti, tedy gest pro-

produkt táž nepromčněná welikost bez kořenowého znamenj, v p. $\sqrt{3}$, meloby se sebau multyplikowati; gá prawjm, že $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$, protože $\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$, pročež $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}\times3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{2}{2}}$ (§. 162.).

Ginač: $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{9}=3$. Geště ginač $\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$. Máli pak se $\sqrt{3}$ sebau multyplikowati, tedy se má na kwadrát powýšiti; gest pak $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2=3^{\frac{2}{2}}=3$. Wůbec $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$.

Prawidlo druhé. Když irracyonálnj welikosti sau syc stegného gména, wšak rozličné welikosti pod kořenowými znamenjmi; tedy se tyto welikosti wespolek multyplikugj, a produktu se předstawj kořenowé znamenj daného exponentu. Důkaz w této prawdě záležj, kteréž sme w těchto listech giž často užjwali. Předně, že se w každé multyplikacý tak srownáwá gednička s gednjm faktorem, gako druhý faktor s produktem (§. 110.). Druhé. Že se proporcý nerušj, když se powýšj wšech audů na stegnau mocnost, v p. na kwadrát. Budiž tedy geden faktor $=\sqrt{5}$, druhý pak faktor $=\sqrt{3}$, budek produkt $\sqrt{15}$, tohoť takto dokážeme dle teď připomenuté prawdy. Gmenugme geg zatjm x, pročež budeme mjti předně $1:\sqrt{5}=\sqrt{3}:x$. Když pak wšech audů na kwadrát powýšjme, nabudeme $1:5=3:x^2$; pročež skrz reguli detry $x^2=15$; a chtjce mjti x, po dobytj kořene dosáhneme produktu $x=\sqrt{15}$. Podobně, kdyby se mělo $\sqrt[3]{4}$ multyplikowati skrz $\sqrt[3]{5}$, nabylj bychom $\sqrt[3]{20}$, protože $1:\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{5}:x$, neb $1:4^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{3}}:x$; když powýšjme wšech audů na kostku, wygde $1:4^{\frac{3}{3}}=5^{\frac{3}{3}}:x^3$, to gest $1:4=5:x^3$; pročež

x^3

$x^8 = 20$, a žádaný produkt $x = \sqrt[8]{20}$. Wůbec, budiž geden faktor $\sqrt[u]{a}$, druhý $\sqrt[u]{b}$, bude produkt $\sqrt[u]{ab}$.

Prawidlo třetj. Negsauli oba faktorowé stegného gména, tedy prw třeba w stegné gméno ge zdělati, a pak druhé prawidlo se zachowá; protože tenkrát gediné proporcý se nerussj, když se powýssj wssech audů na mocnost stegného exponentu neb gména.

Přjklad. Budiž geden faktor $\sqrt[3]{3}$, druhý faktor $\sqrt{2}$, dle (§. 162.) onen $= \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$, druhý pak $= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$, pročež žádaný produkt $= \sqrt[6]{72}$.

Prawidlo čtwrté. Magjli dané irracyonálnj weličosti y některé koefficyenty, tedy se tito gakož racyonálnj buď vrčitj neb nevrčitj počtowé wespolek multyplikugj, a gich produkt se před kořenowým znamenjm postawj. Důkazu netřeba tomuto prawidlu.

Přjklad. $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{7} = 8\sqrt{35} = \sqrt{2240}$.

Přjklad multyplikacý když gest s některým racyonálnjm počtem irracyonálnj buď skrz + neb — spogen. Mělbys $3 + \sqrt{2}$ množiti skrz $3 - \sqrt{2}$. Třebak bude předně skrz $-\sqrt{2}$ (druhým djlem druhého faktora) gak druhý djl $+\sqrt{2}$, tak y prwnj djl 3 prwnjho faktora multyplikowati. Gest pak $+\sqrt{2} \times 3 - \sqrt{2} = -2$; pak $3 \times -\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$, potom bude třeba prwnj djl 3 druhého faktora celým prwnjm faktorem multyplikowati; gest pak $3 \times +\sqrt{2} = +3\sqrt{2}$, a $3 \times 3 = 9$; poněwadž pak $-3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0$, tedy nagdeš žádaný produkt $9 - 2 = 7$.

Obraz té práce:

$$\begin{array}{r} 3 + \sqrt{2} \\ 3 - \sqrt{2} \\ \hline -3\sqrt{2} - 2 \\ 9 + 3\sqrt{2} \\ \hline 9 - 2 = 7 \end{array}$$

Podobně: Kdyby byli spogeni dwa irracyonálnj počtowé wespolek skrz + neb —, třebaťby bylo multyplikacý tak wykonati, gako prwé. Gák se ostejchám té práce opakowati, pročež gedině gegj obraz patrně postawjm:

$$\begin{array}{rr} \text{Budiž geden faktor} & \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \text{druhý faktor} & \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \hline & -\sqrt{6} - 2 \\ & 3 + \sqrt{6} \\ \hline & 3 - 2 = 1 \end{array}$$

Týž produkt lze bezewssj multyplikacý nalezti dle průpowědi giž s předu dáwno dokázané, že gest produkt z summy a z rozdjlu dwau welikostj rozdjl kwadrátu těchto welikostj (na stránce 44.). Gest pak kwadrát počtu $\sqrt{3} = 3$, a kwadrát z $\sqrt{2}$ gest 2, pročež žádaný produkt $= 3 - 2 = 1$, gako prwé. Nechcy wjc přjkladů připomjnati, bych nebyl nekonečným.

168. Gednu irracyonálnj welikost druhau dywidowati.

Prawidlo prwnj. Welikosti takowé musegj býti stegného gména, protože proporcý gediné tenkrát se nerušsj, když se powyssuge wssech audů na mocnost stegného exponentu. Gestli tedy negsau dywidend a dywizor stegného gména, musegj se w ně zdělati.

Pra=

Prawidlo druhé. Welikosti pod znamenjm kořenowým stogjcý wespolek se dywidugj, a kwocyent pod tjm znamenjm zůstane.

Důkaz. Budiž dywidend $=\sqrt{8}$, dywizor $=\sqrt{2}$, tedy bude kwotus $=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$, protože se wždy tak srownáwá dywizor s dywidendem, gako gednička s kwocyentem, gegž zde gmenugeme x (§. 111.), tedyť w nassem přjkladu $\sqrt{2}:\sqrt{8}=1:x$, když wssech audů powýssime na kwadrát, nabudeme $2:8=1:x^2$, a skrz reguli detry $x^2=\frac{8}{2}=4$, tedy $x=2$. Wůbec gestli dywidend $\sqrt[m]{a}$, a dywizor $\sqrt[m]{b}$, tedy gest kwotus $\sqrt[m]{\frac{a}{b}}$.

Prawidlo třetj. Koefficyenti musegj býti gakož racyonálnj welikosti wespolek bez toho dywidowáni, a gich kwocyent znamenj kořenowému předsazen zůstane.

Přjklad. Budiž dywidend $5\sqrt[3]{7}$, dywizor $3\sqrt[3]{4}$, tedy bude kwocyent $=\frac{5}{3}\sqrt[3]{\frac{7}{4}}$. Podobně $8\sqrt[3]{12}:2\sqrt[3]{6}$, dagj kwocyent $\frac{8}{2}\sqrt[3]{\frac{12}{6}}=4\sqrt[3]{2}$.

Napomenutj prwnj. Kdyby byl dywidend welikost racyonálnj a dywizor welikost irracyonálnj, tedyby se musyl předně žádaný kwocyent w způsobu lomku psáti, tento pak lomek mohlby se bez russenj swé ceny w giný zdělati, kteréhož gmenowatel by byl racyonálnj; kdyžbychom totiž gak čtedlnjk tak y gmenowatel gmenowatelem multyplikowali.

Přjklad. Budiž dywidend $=1$ dywizor $=\sqrt{2}$, bude kwocyent lomek $=\frac{1}{\sqrt{2}}$ (§.30.), y multyplikugme gak čtedlnjk tak y gmenowatel gmenowatelem $\sqrt{2}$; na=

 budeme

budeme $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Může pak se skrz blížejí w skutku kořene z nedokonalého kwadrátu 2 dobyti, tento sa skrz 2 dywidowán dá žádaný kwocyent, k prawému tjm bližšjj, čjm wjc se bude decymálnjch lomků w kořené nacházeti. Gest pak téměř $\sqrt{2} = 1,414\ldots$, tedy $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707\ldots$, pročež y žádaný kwocyent $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707\ldots$ Mám za to, žeby mnohý počjtář z takowého dywidenda a dywizora toho kwocyentu neočekáwal.

Napomenutj druhé. Kdyby byl gak dywidend, tak y dywizor z dwau djlů, z kterýchby byli oba irracyonálnj počtowé, tedy předstawjme kwocyent opět w způsobu lomku, a budeme gmenowatel gakož y čtedlnjk dywizorem multyplikowati, wšsak s tau proměnau, aby druhý djl dywizora nabyl odporného znamenj, to gest, měli prw před sebau —, tedy musý nabyti +, a naopak, měli +, nabude mjsto něho —. Owšsem toho kwocyenta neb lomku ceny nezrušsjce, obraz gemu dáme, na kterýby málo kdo zpomněl.

Přjklad. Budiž dywidend $\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$, dywizor pak $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, kwocyent bude $= \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, neb $\frac{(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$ (§. 35.). Ted w skutku multyplikugme čtedlnjk skrz $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Obraz

Obraz té multyplikacý gest tento:

$$\begin{array}{r} \sqrt{5}-2\sqrt{3} \\ \sqrt{3}+\sqrt{2} \\ \hline \sqrt{10}-2\sqrt{6} \\ \sqrt{15}-2\sqrt{9} \\ \hline \sqrt{15}+\sqrt{10}-2\sqrt{9}-2\sqrt{6} \end{array}$$

Poněwadž pak $-2\sqrt{9}=-2\times3$, pročež gest $-2\sqrt{9}=-6$, a žádaný produkt bude $\sqrt{15}+\sqrt{10}-6-2\sqrt{6}$. Ted multyplikugjce dywizor $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ také skrz $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, nabudeme produktu $=1$. Protože se má zde rozdjl dwau welikostj gich summau multyplikowati, gichž produkt býwá wždy rozdjl mezy kwadráty těchto welikostj (na stránce 44.). Gest pak kwadrát z $\sqrt{3}=\sqrt{3}.\sqrt{3}=3$, a kwadrát z $\sqrt{2}=\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$; pročež $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{}+\sqrt{2})=3-2=1$. Tedy kwocyent neb lomek $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}-6-2\sqrt{6}}{1}$ $=\sqrt{15}+\sqrt{10}-6-2\sqrt{6}$.

169. Dané irracyonálnj welikosti na mocnost daného exponentu powýšiti, neb z nj kořene daného exponentu opět dobyti.

Prawidlo. Gestli se má powýšiti irracyonálnj welikosti na mocnost daného exponentu, tedy se exponent welikosti pod kořenowým znamenjm stogjcý multyplikuge daným exponentem.

Důkaz. Chtělbys welikosti $\sqrt[u]{a^r}$ na mocnost exponentu s powýšiti, multyplikug exponent r skrz s, a bude žádaná mocnost $\sqrt[u]{a^{rs}}$, protože $\sqrt[u]{a^r}=a^{\frac{r}{u}}$. Tato pak welikost, které se má na mocnost s powýšiti, takto se představj $\left(a^{\frac{r}{u}}\right)^s$; pakli tu prácy

sku-

skutečně wykonáme, nabudeme $a^{\frac{rs}{u}}$, což owssem gest $= \sqrt[u]{a^{rs}}$ (na stránce 234.). Přjklad w určitých počtech. Mělo by se $\sqrt{2}$ na kwadrát powýssiti. W té přjpadnosti gest $u = 2$, $a = 2$, $r = 1$, $s = 2$, pročež bude žádaná mocnost $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$. Kdyby se mělo $\sqrt{3}$ na kostku powýssiti, nabudeme $\sqrt{3^3} = \sqrt{27}$, a t. d. Kdyby pak se mělo z některé irracyonálnj welikosti kořene daného exponentu opět dobyti, tedy se multyplikuge tento nowý exponent předesslým exponentem kořene, a produkt se postawj do gednau psaného kořenowého znamenj.

Důkaz. Budiž irracyonálnj welikost $\sqrt[u]{b^r}$, z této by se mělo gesstě kořene exponentu d dobyti, tok se takto předstawj: $\sqrt[d]{\sqrt[u]{b^r}}$, takto pak se to předstawenj wyslowj: Kořene exponentu d má se dobyti z kořene exponentu u dobytého z welikosti b na mocnost r powýssené. Ták pak prawjm, že toto předstawenj stegné gest s tjmto $\sqrt[du]{b^r}$, protože $\sqrt[d]{\sqrt[u]{b^r}} = \sqrt[d]{b^{\frac{r}{u}}} = b^{\frac{r}{du}}$; gest pak $b^{\frac{r}{du}} = \sqrt[du]{b^r}$, pročež $\sqrt[d]{\sqrt[u]{b^r}} = \sqrt[du]{b^r}$.

Přjklad. $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{2}$. Podobně $\sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[6]{7}$ a t. d.

170. Co gest nemožná welikost?

Nemožná welikost gest kořen k dobýwánj předstawen z některé odpjragjcý mocnosti, gehož exponent gest suda. Proto pak se gmenuge takowý kořen nemožná welikost neb gediné wymysslená (quantitas impossibilis vel imaginaria), že odpjragjcý mocnost exponentu sudowého gest nemožná. Základ toho gest welmi powědomý, který gest w onom prawidle (nahlédni na stránce 41, I, a na stránce 42, M),

kte=

které se týče multyplikacý welikosti gedno znamenj, buď + neb —, před sebau magjcých. Owsssemť powědomo gest, že kdybys -2 na kwadrát, gehož exponent gest suda, v p. 2 powýssil, to gest, kdybys -2 skrz -2 multyplikowal, že musý býti produkt twrdjcý $+4$; poněwadž stegná znamenj w obau faktořjch w produktu wždy dáwagj $+$; pročež $\sqrt{-4}$ bylaby nemožná welikost, nebť kwadrát -4 gest nemožný, proto y geho kořen také nemožný. Podobně $\sqrt[4]{-16}$ gest také nemožná welikost, nebť, když wezmeš za kořen -2, tedy ten na čtwrtau mocnost powýssen musý dáti $+16$, protože $(-2)^4 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 = +4 - 2 - 2 = -8 - 2 = +16$, a t. d. Gestli pak exponent kořene lich, tedy ta mocnost může býti odpjragjcý, a proto kořen z nj dobytý gest možná welikost, v p. $\sqrt[3]{-8}$ gest w prawdě $= -2$, nebť $(-2)^3 = -2 \times -2 \times -2 = +4 \times -2 = -8$ a t. d.

Přjdawek.

171. Nalezti, kolikrát lze několik daných rozdjlných wěcý rozsaditi.

Dané rozličné wěcy wyobrazýme skrz rozličná pjsmena, tak kdyby byly dwě wěcy pohotowě, budeme ge gmenowati a, b. Zdali pak prawda nenj, že lze psáti, giž ab, giž ba? dwě tedy rozličné wěcy lze dwakrát rozsaditi. Z toho zawjrku wčinjme, že pro nalezenj množstwj rozsazenj dwau wěcý rozličných, prwnj dwa přirozené počty 1, 2 wespolek multyplikowat musýme, nebť $1 \times 2 = 2$. Ať sau tři rozličné wěcy a, b, c. Množstwj gich rozsazenj nagdeme, když

Předně prwnj pjsmě a napřed postawjme, wědauce, že se dagj ostatnj dwě wěcy b, c, dwakrát rozsaditi. Tedy máme předně: abc, pak acb.

Druhé. Nechagjce prwnjho pjsmene b na prwnjm mjstě, ostatnj a, c, opět lze dwakrát rozsaditi, což činjce nabudeme bac, bca.

Třetj. Budiž prwnj pjsmě c týmž způsobem gako prw, nabudeme cab, a konečně cba. Kolikrát medle sau tři rozličné wěcy zde rozsazeny? zagisté sšestkrát. Y prawjmť, že tento počet nagdeme, když budeme tři prwnj přirozené počty wespolek multyplikowati, nebť owssem $1 \times 2 \times 3 = 6$. Kdybychom měli čtyři rozličné wěcy a, b, c, d, kterak slussj s nimi nakládati, gižť se nadĕgi, každý pochopj. Prawdaliť, že prwnj pjsmě může zůstati a, a za nj ostatnj tři, gakž sme teď dokázali, sšestkrát lze rozsaditi.

Podobně prwnj pjsmě budiž b, tři ostatnj a, c, d, opět lze sšestkrát rozsaditi; zase, prwnj pjsmě budiž

diž c, ostatnj a, b, d, zase lze ssestkrát rozsaditi. Konečně y d může na prwnjm mjstě zůstati, a přitom a, b c, také lze ssestkrát rozsaditi. Nedle, kolikrát ssestkrát tu wygde? gistě čtyřikrát, to gest, kolik rozličných wěcý bylo dáno. Ha pak pozorugi, že čtyřikrát ssest, to gest množstwj žádaných rozsazenj nalezneme, když čtyři prwnj přirozenj počtowé wespolek zmultyplikugeme; protože $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

Též prawidloby patrně každý pochopil, kdybychom hleděli pět neb ssest a t. d. rozličných wěcý rozsaditi. Vgistilikbychom se owssem, že toto při pěti wěcech námby dalo produkt z pěti prwnjch přirozených počtů, a při ssesti wěcech produkt z ssesti prwnjch přirozených počtů.

Kdokoli tedy chceš wssecka možná rozsazenj daných rozličných wěcý zwěděti, piš tolik prwnjch přirozených počtů, kolik wěcý k rozsazenj dáno gest, a gich produkt twau žádost wyplnj.

Přjklad. Gistý bohatý pán pozwal k hlučnému obědu ssesti wzácných mužů, genž zdwořilosti sauce zwykli, geden druhému prwnj mjsto obětowal, když se měli za stůl sázeti. Nechtjce pak žádný z nich té přednosti druhému wzýti, žádný se k stolu nepřibljžil; y sa tauto rozepřj pootažen domácý pán, takto neprozřetedlně promluwil: Mně milj a mnoho wážený hosté! posadte se dle swé ljbosti, žádného ohledu na mjsto nemagjce, syc wás tolikrát po sobě k obědu pozowi, kolikrát lze mjsta mezy wámi proměniti.

Pochopjš to hned milý čtenáři, kterak nerozwážliwě ten dobrý muž promluwil. Co mysljš, kolikrát lze ssest rozličných wěcý rozsaditi? Odpowěd, produkt z ssesti prwnjch přirozených počtů to wygewj. Zagiſté $1\times2\times3\times4\times5\times6=720$. Wezmemeli tedy obyčegný rok 365 dnj, tedyby ten dobrotiwý, wſſak nerozwážliwý muž muſyl těch ſſeſti hoſtj každý den ſkoro ſkrz celá dwě léta (bez deſýti dnj) pozwati, nebk $2\times365=730$.

172. Poznamenánj. Připomenutý přiklad wzat geſt z knihy od Geremiáſſe Drexelia z towaryšſtwa P. Gežjſſe w ozdobné latině ſepſané pod nápiſem: Orbis Phaeton, hoc eſt, de universis vitiis linguæ. Tato kniha byla giž dáwno w čeſſtinu přeložena s nápiſem: Bruſýrna lidſkého gazyka. Bylak wytiſſtěna nákladem dědictwj ſwatého Wáclawa. Léta pak 1762 neb třetjho, znowu gi dal wytiſknauti welebný kněz také Jezuita Wáclaw Luda, tenkrát dotčenému dědictwj ſw. Wáclawa předſtawen, wſſak s giným nápiſem, totiž: Podpal lidſkého gazyka. Naděgik ſe, že mjſtně něco o tomto dědictwj čtenáři wygewjm. Totoť wzniklo za wládaře cýrkwe čeſké Arcybiſkupa pražſkého Arnoſſta Harracha, a ſyc tjmto způſobem, který mně oznámil giž ſchwálený kněz Wáclaw Luda před 42 lety. Dal totiž Arcybiſkup Harrach biblj čeſkau znowu tiſknauti; k tomu pak, by tiſku náležitě oſſetřil, vrčil welmi nábožného a včeného muže Matěge Sſteyra Jezuitu. Po wykonané prácy darowal gemu ſchwálený Arcybiſkup mnoho exemplářů, které Sſteyer s čáſtky rozdal, s čáſtky prodal; penjze tak ſebrané na kapitál vložiw, geg dědictjm ſw. Wáclawa gmenowal, auroky pak z něho, čaſem zmnoženého, k tomu vſtanowiw, aby ſe zrok do roka nábožné knihy w čeſſtině tiſkly, a gak žádagjcým ſe prodáwaly, tak y mjſto kacýřſkých těm dáwaly, kteřjž ſe nechtěli wjc gich gedem prawého náboženſtwj zbawiti.

Toto

Toto zřjzenj se chowalo w nowoměstské pražské kollegi, gemuž byl wždy předstawen zaslaužilý Jezuita stařec, býwalý wýborný kazatel český. Gá pamatugi tyto: Wáclawa Ludu, Kopala, Leopolda Fabrycya, a Alsse Fleissera, poslednjho předstaweného, mé milé matky bratrance.

173. Kdyby byla mezy danými wěcmi některá opakowána, tedy se musý nalezený počet gich rozsazenj dywidowati skrz počet, kterýž vkazuge, kolikrátby ty stegné wěcy se rozsaditi dali, v p. kdyby se nalézala mezy ssesti wěcmi gedna dwakrát, tedyby počet 720 skrz 2, a kdyby byla třikrát opáčena, musylby ten počet býti skrz 6 dywidowán. W prwnj připadnostiby bylo žádané množstwj rozsazenj =360, w druhé pak =120.

174. Poznamenánj. Vměnj tohoto rozsazowánj daných wěcý nám pochopitedlnau činj rozličnau wlastnost těl, genž se nalézagj na swrchku země; neb kdyby prwotných djlů, z kterých sau wssecka zemská těla složená, bylo v p. gen 12, každý giž poznáwá, kolikrátby těch 12 rozličných prwotných djlů se rozsaditi mohlo, z kteréhož rozličného rozsazenj musylaby také rozličná těla pogjti.

Nechcy zde hrubě připomjnati y toho newelmi wzácného vžitku, že každý w tomto vměnj zběhlý může hned vsauditi, gaká mohau tak nazwaná w latině anagrammata z daného gména pogjti; v p. z gména prwnjho otce nasseho Adam, kolik může giných gmén skrz rozsazenj pjsmen pogjti? Poněwadž w tom gméně sau čtyři pjsmena, tedy ge počet rozsazenj $1\times2\times3\times4=24$. Gest pak gedno pjsmě zde, to gest a gednau opakowáno, pročež musýme 24 skrz 2 dywidowat, a kwocyent 12 dá žádaný počet těch anagrammat.

175. Kolikrát lze dané wěcy wespolek giž po dwau, giž po třech giž po čtyřech a t. d. složiti? Latinjcy toto gmenugj numerum combinationum invenire.

Prawidlo. Gestli se magj dané wěcy po dwau složiti, tedy piš 2×1, nad 2 piš počet těch daných wěcý, nad 1 počet o gedničku menssj, hořegssj počty wespolek množ, a dolegssj podobně, skrz tento produkt dywidug onen, kwocyent twau žádost wyplnj.

Důkaz. Bylyby dwě dané wěcy a, b, medle kolikrát se dagj po dwau spogiti, nenjli prawda, že gen gednau, totiž ab gest táž spogenost, (protože se tu spolu o rozsazenj negedná). Ted se řed podlé prawidla: piš nahoře $\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$ hořegssj produkt 2 dywidug skrz dolegssj 2, zagisté gest kwocyent 1.

Kdyby byly tři dané wěcy, a, b, c, kolikrát se dagj po dwau wespolek složiti? Odpowjdám třikrát, nebš máme předně ab, pak ac, pak bc; též wygde podlé prawidla; piš $\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1}$, hořegssj produkt 6 dywidowán skrz dolegssj 2, dá gistě 3.

Podobně, kdyby dané wěcy byly čtyři a, b, c, d, a mělyby se po dwau wespolek složiti, tedybychom měli předně ab, pak ac, pak ad, potom bc, pak bd, konečně cd; gest gich tedy ssest, též nalezneš skrz prawidlo, piš opět $\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}$, hořegssj produkt 12 skrz dolegssj 2 dywidowán dá také 6 a t. d.

Kdyby pak se měly dané wěcy po třech složiti, tedy piš předně 3. 2. 1, nad 3 pak piš počet daných wěcý, nad 2 počet o gedničku menssj, nad 1 opět počet o gedničku menssj než předesslý. Swrchnj po-