

**Postup zjišťování, zda množina  $R$  s operacemi  $+$  a  $\cdot$  je okruh, obor integrity, těleso.**

1.  $(R, +, \cdot)$  je okruh ?

a)  $(R, +)$  je komutativní grupa ?

$\alpha$ ) operace  $+$  je komutativní ?

$\beta$ )  $(R, +)$  je pologrupa ?

$\gamma$ ) nalezení nuly okruhu  $o$  ( $o$  je neutrální prvek vzhledem k  $+$ )

$\delta$ ) k libovolnému prvku  $a \in R$  nalezení opačného prvku  $x$

b)  $(R, \cdot)$  je pologrupa s jedničkou ? a navíc zjistit, zda je operace  $\cdot$  komutativní

$\alpha$ ) operace  $\cdot$  je komutativní ? (to se ověřuje navíc, z důvodů pozdějšího použití)

$\beta$ )  $(R, \cdot)$  je pologrupa ?

$\gamma$ ) nalezení jedničky okruhu  $e$  ( $e$  je neutrální prvek vzhledem k  $\cdot$ )

c) platí distributivní zákon(y) ? (pokud je operace  $\cdot$  komutativní, ověřuje se jenom jeden distributivní zákon)

2. okruh  $(R, +, \cdot)$  je oborem integrity ?

a) okruh  $(R, +, \cdot)$  je netriviální ?

b) okruh  $(R, +, \cdot)$  je komutativní ? (viz výše)

c) okruh  $(R, +, \cdot)$  nemá dělitele nuly ?

3. okruh  $(R, +, \cdot)$  je tělesem ?

a) okruh  $(R, +, \cdot)$  je netriviální a komutativní ? (viz výše)

b) k libovolnému nenulovému prvku  $a \in R$  nalezení inverzního prvku  $x$

**Standardní postupy pro některé z výše uvedených případů:**

1.a. $\gamma$ ) **Nalezení nuly okruhu  $o$**  ( $o$  je neutrální prvek vzhledem k operaci  $+$ ).

Pro libovolné  $a \in R$  se z rovnice  $a + o = a$  nebo z rovnice  $o + a = a$  spočítá  $o$ .

Poznámka: Vzhledem k tomu, že již bylo dokázáno, že operace  $+$  je komutativní, stačí uvažovat jenom jednu z obou rovnic.

1.a. $\delta$ ) **K libovolnému prvku  $a \in R$  nalezení opačného prvku  $x$ .**

Pro libovolné  $a \in R$  se z rovnice  $a + x = o$  nebo z rovnice  $x + a = o$  spočítá  $x$ .

Poznámka: Vzhledem ke komutativitě operace  $+$ , stačí (podle věty 1.6.) uvažovat jenom jednu z obou rovnic.

1.b. $\gamma$ ) **Nalezení jedničky  $e$**  ( $e$  je neutrální prvek vzhledem k operaci  $\cdot$ ).

Pro libovolné  $a \in R$  se z rovnic  $a \cdot e = a$  a  $e \cdot a = a$  spočítá  $e$ .

Je-li operace  $\cdot$  komutativní, pak stačí uvažovat jenom jednu z obou rovnic (jinak ne !!).

2.c) **Ověření, že okruh  $(R, +, \cdot)$  nemá dělitele nuly.**

Předpokládá se, že  $a \cdot b = o$  a že  $a \neq o$ . Potom se z rovnice  $a \cdot b = o$  počítá  $b$  a musí vyjít, že  $b = o$ .

3.b) **K libovolnému nenulovému prvku  $a \in R$  nalezení inverzního prvku  $x$ .**

Pro libovolné  $a \in R$ ,  $a \neq o$  se z rovnice  $a \cdot x = e$  nebo z rovnice  $x \cdot a = e$  spočítá  $x$ .

Poznámka: Vzhledem k tomu, že již bylo dokázáno, že  $(R, \cdot)$  je pologrupa s jedničkou, stačí (podle věty 1.6.) uvažovat jenom jednu z obou rovnic.